

# СВОИМИ РУКАМИ

Д. Кожемякина

## ЛИСТ МЁБИУСА

Рис. 1



Рис. 2

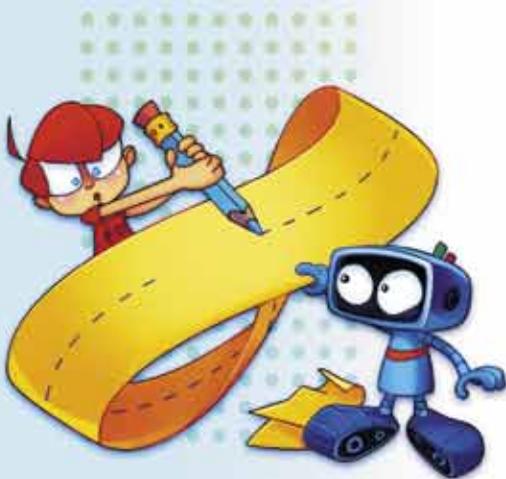


Рис. 3

Лист Мёбиуса изобрели независимо друг от друга в 1858 году немецкие учёные – математик и астроном Август Фердинанд Мёбиус и математик и физик Иоганн Бенедикт Листинг.

Так часто бывает – одна и та же яркая идея появляется у разных людей примерно в одно и то же время. Это значит, что пришла пора для этого открытия.

Возможно, кто-то и гораздо раньше догадывался перекрутить и склеить полоску бумаги. Но именно Мёбиус и Листинг впервые обратили внимание многих на этот удивительный объект и описали его свойства.

Пора и нам познакомиться с этим маленьким математическим чудом. Итак...

### ПЕРВОЕ ЗНАКОМСТВО

Возьмите бумажную полоску (рис. 1). Приложите её концы друг к другу так, чтобы углы одного цвета совпали, и склейте (рис. 2). Получится перекрученное кольцо, которое и называется листом Мёбиуса. Сколько у него сторон? Две, как у любого обычного куска бумаги? А вот и нет – у него одна сторона. Не верите? Тогда отметьте любую точку на этом перекрученном кольце на равных расстояниях от краёв. Проводите линию вдоль по кольцу, не отрывая ручки от бумаги (рис. 3). Линия должна всё время идти посередине между краями полоски. Как это ни удивительно, вы постепенно нарисуете линию вдоль всего кольца (с обеих сторон бывшей полоски) и вернётесь в исходную точку. Пересекать край при этом не потребуется.

Кстати, и край у нашего листа тоже только один – если посадить на него гусеницу, она сможет проползти по всему краю листа и вернуться в исходную точку.

Для дальнейшего вам понадобятся несколько листов Мёбиуса, заготовьте их заранее.

# СВОИМИ РУКАМИ

## ПРОДОЛЖАЕМ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Представьте, что вы разрезали обычное бумажное кольцо по его средней линии. Ясно, что оно распадется на два кольца половинной ширины. А что получится, если таким же образом разрезать лист Мёбиуса (рис. 4)? Может быть, два листа Мёбиуса? Разрежьте, и у вас в руках окажется одно кольцо, причём дважды перекрученное.

Теперь возьмите другой экземпляр листа Мёбиуса, отступите на треть ширины от края и проводите линию, не удаляясь и не приближаясь к краю. Что получится, если разрезать лист вдоль получившейся линии? Результат будет очень неожиданным. Попробуйте угадать, а потом проверьте.

Вот ещё один интересный эксперимент. Склеим вместе два одинаковых кольца перпендикулярно друг другу, как показано на рисунке 5. Что будет, если разрезать каждое кольцо вдоль по средней линии? Получится квадратная рамка! Подумайте, откуда взялись прямые углы?

А если склеить аналогичным образом два листа Мёбиуса? Для удобства можете сначала изготовить фигуру, изображённую на рисунке 6 (просто склеив две полоски). Затем склейте концы фигуры так, чтобы углы одного цвета совпали (два конца загните вверх, два вниз). Два скреплённых листа Мёбиуса готовы. Разрежьте их по средним линиям. Что у вас получилось? Если вы сделаете несколько таких экспериментов с друзьями, результаты могут оказаться разными. От чего это зависит?

## НЕ ТОЛЬКО ЛИСТ МЁБИУСА

Сделайте другую модель: в бумажной полоске прорежьте щель и проденьте сквозь неё один конец. Повернув на пол-оборота, склейте, как показано на рисунке 7. Что получится, если продолжить разрез вдоль всей ленты?



Рис. 4

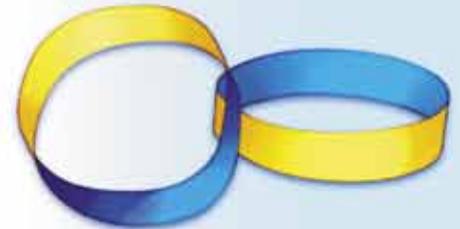


Рис. 5

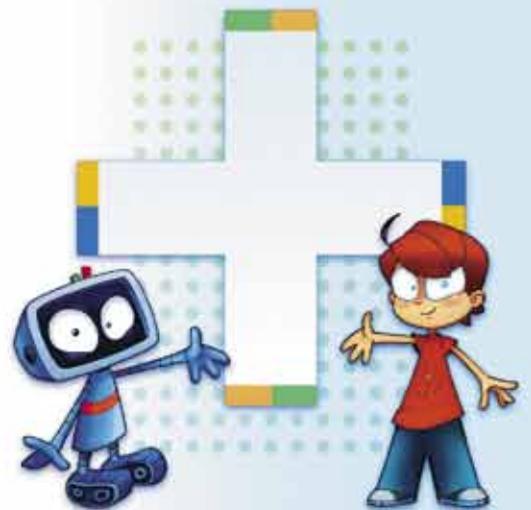


Рис. 6

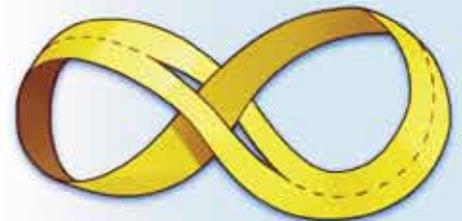


Рис. 7

# СВОИМИ РУКАМИ



Рис. 8



Рис. 9



Рис. 10

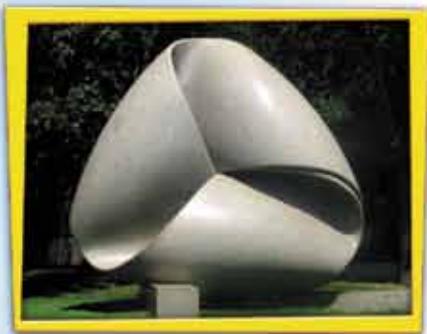


Рис. 11

Чтобы изготовить лист Мёбиуса, мы поворачивали полосу бумаги на  $180^\circ$ , на пол-оборота. Теперь закрутите полосу на  $360^\circ$ , на полный оборот. Склейте, затем разрежьте её по средней линии. Что получилось?

Если вы сделаете кольцо, которое закручено на 3 полуоборота ( $540$  градусов), и разрежете его по средней линии, у вас получится лист, который закручен узлом – вроде того, что изображён на рисунке 8. Поэкспериментируйте, закручивая полосу на большее число полуоборотов.

Склеивая фигуры из обычной бумажной полоски и разрезая их, вы можете совершить много интересных и неожиданных открытий. О результатах пишите нам. Ответы ко всем вопросам статьи читайте в следующем номере.

## ЛИСТ МЁБИУСА ВОКРУГ НАС

Лист Мёбиуса часто изображают на эмблемах и значках, как, например, на значке механико-математического факультета МГУ (рис. 9). Его используют в логотипах и торговых марках, яркий пример – международный символ повторного использования (рис. 10).

Во многих странах есть памятники листу Мёбиуса. На рисунке 11 приведена фотография памятника, поставленного во Франкфурте-на-Майне (Германия).

Лист Мёбиуса используют и на практике. В виде листа Мёбиуса делают полосу ленточного конвейера. Это позволяет ему работать дольше, потому что вся поверхность ленты равномерно изнашивается. Ещё применяются ленты Мёбиуса в системах записи на непрерывную плёнку (чтобы удвоить время записи). В матричных принтерах прошлого века красящая лента также имела вид листа Мёбиуса.

Может быть, и вы придумаете новые применения этой замечательной математической идее?