

# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

И. Акулич

– Отправимтесь-ка все, так как есть, к полицеймейстеру; он у нас чудотворец: ему стóит только мигнуть, проходя мимо рыбного ряда или погребца, так мы, знаете ли, так закусим!

Н.В. Гоголь.  
Мёртвые души.  
Глава 7



Среди множества народных сказок некоторые вызывают особый интерес своим несомненным математическим содержанием. К таковым можно отнести русскую сказку «Как мужик курицу делил»\*.

Сюжет её таков. Бедный мужик решил поздравить помещика с праздником. Он зажарил единственную имевшуюся у него курицу и доставил как раз к обеду. А у помещика, надо сказать, семья была не маленькая: он сам, да жена, да два сына, да две дочери.

– Спасибо за угощение! – сказал помещик. – Садись с нами за стол. И подели-ка своё угощение между всеми, а то, кажется, маловато выходит.

– С удовольствием! – ответил мужик. – Ты, барин, в доме голова – так вот тебе голову. С другой стороны, жена твоя – это шея: куда повернется, туда голова и смотрит. Поэтому ей мы отдаём шею\*\*. Сыновьям твоим, как вырастут, предстоит много дорог пройти, изрядно ноги истоптать, поэтому им даём по ноге. Дочери твои скоро замуж выйдут и улетят из родного дома, так что им – по крылышку. Ну, а мне, мужику, то, что осталось, – туловище.

Такая математика помещику весьма понравилась, и он щедро заплатил мужику.

Однако на том история не закончилась. Узнал обо всем этом другой мужик – богатый – и принёс помещику аж пять жарен-



# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

ных кур, рассчитывая получить пропорционально большее вознаграждение. Но тот его огорошил, потребовав:

– Раздели-ка ты этих кур между нами, чтобы всем досталось поровну.

Богатый мужик оторопел: как поделить 5 кур на 6 человек (или даже на 7, если учесть его самого)? Пришлось вновь обращаться к бедному мужику, который за словом в карман не полез:

– Тебе, барин, с женой даём на двоих одну курицу – и вас стало трое. Твоим сыновьям тоже одну курицу – вот и их трое. И дочерям одну курицу – опять получается трое. Ну а мне, мужику, две курицы – и нас трое! Всем поровну!

В результате он славно подзакусил (и получил в придачу от помещика ещё одну денежную премию за остроумие и сообразительность).

Вот такая математическая сказка. Что, скажете, не вполне математическая? Пожалуй. Тогда давайте перенесёмся несколько южнее и западней, взяв в руки сборник сказок классика молдавской и румынской литературы Иона Крянгэ (1837-1889). До чего ж они хороши! А персонажи-то каковы: отважный Фэт Фрумос, неунывающий Иван Турбинка, злобный песиголовец\*\* и другие, не менее колоритные, не дают читателю заскучать ни на минуту.

Но не только волшебными приключениями интересны сочинения замечательного писателя. Не чурался он и бытовых сказок, среди которых мы и встречаем одну очень даже математическую.

Итак, шли куда-то два путника. У одного в котомке было два хлеба, у другого – три. Когда они собрались пообедать, к ним присоединился третий, не имевший ничего. Когда они втроем съели весь хлеб, поделив его поровну, третий дал первым двоим пять монет в уплату за угощение. Те заспорили, как поделить деньги по справедливости. Первый требовал делить пополам – по две с половиной, а второй – соответственно имевшемуся изначально количеству хлебов, то есть 2 и 3. Кто прав?\*\*\*\*

Давно известно, что при дележе денег правых не бывает. Точнее, каждый считает, что прав только он сам, ибо понятие о справедливости у каждого своё. На первый взгляд, конечно, представляется, что делёж первого (поровну) абсурден. Хотя он мог вполне разумно обосновать своё мнение. Например, так: «Представь себе, что наш гость вообще ничего нам не заплатил. Тогда бы мы получили по круглому нулю, то есть, несомненно, поровну. Почему же сейчас мы должны делить не поровну?».

Звучит убедительно. Но на языке шулеров такое рассуждение – типичное передёргивание, и его легко опровергнуть. В случае, когда гость ничего не платит, первый как бы остаёт-



\* Это – собирательное название; в различных сборниках она озаглавлена по-разному.

\*\* В некоторых вариантах сказки он говорил чуть по-иному: «Жена твоя хозяйка-хлопотунья, должна всё время по дому вертеться, так что ей – гузку!». С питательной точки зрения мало чем от шеи отличается.

\*\*\* Жуткое существо, похожее на человека с собачьей головой. Упаси Бог такое встретить!

\*\*\*\* Вечный вопрос! Правда, чаще он формулируется в альтернативном виде: «Кто виноват?».

# ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ



ся должен второму. Ведь все ели хлеб поровну, но второй внёс больше, чем первый. А если гость что-то платит, то почему бы не рассчитаться так, чтобы никто никому ничего не одалживал? И делить деньги тогда надо явно не поровну.

Ну, а делёж второго выглядит безупречно, и большинство людей считают его абсолютно правильным.

Но и это не так, в чём мы убеждаемся, читая сказку дальше. Повздорив, путники пришли в город, где обратились к судье, и тот, рассмотрев ситуацию, объявил, что первому причитается лишь одна монета, зато второму – остальные четыре! Он рассуждал так. Всего было 5 хлебов, поэтому каждый съел  $\frac{5}{3}$  хлеба. Значит, первый из двух своих хлебов  $\frac{5}{3}$  съел сам, а третьему оставил только  $2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$  хлеба. Второй же выделил ему  $3 - \frac{5}{3} = \frac{4}{3}$  хлеба, то есть вчетверо больше первого, потому-то ему и причитаются 4 монеты против одной, полагающейся первому.

Вот как первого погубила жадность. Хотел урвать полмонеты – и потерял целую! Похоже, после этого он наверняка до конца дней возненавидел судебные власти. И, конечно, весьма удивительно, что вполне разумный делёж второго тоже оказался ошибочным. Но не надо совсем списывать его со счетов – он был бы пригоден при несколько ином повороте сюжета: если третий путник окажется настолько голоден и проворен, что проглотит все пять хлебов ещё до того, как первые двое успеют открыть рот! Тогда, по сути, речь пойдёт просто о продаже ему всех запасов хлеба.

Тут и сказке конец. Однако не исключено, что читатели встречали подобный сюжет где-нибудь ещё. Например, в «Живой математике», принадлежащей перу известного популяризатора естественных наук Якова Исидоровича Перельмана (1882–1942), описывается случай с жильцами коммунальной



квартиры. Тройкина бросила в общую печь 3 полена, Пятёркина бросила 5 поленьев, а их сосед Бестопливный пользовался их огнём и заплатил за это 8 рублей. Оказывается, и здесь хозяйка трёх поленьев получает лишь один рубль!

Обратим внимание: как-то очень удачно у них всё делится – всё время нацело! А будь у этих путников (жильцов) другое количество хлебов (поленьев) – не придётся ли им рубить монеты на части?

Давайте выясним. Пусть у первого и второго путников было  $m$  и  $n$  хлебов соответственно. Тогда каждый из троих съел  $\frac{m+n}{3}$  хлебов, поэтому первый дал третьему

$$m - \frac{m+n}{3} = \frac{2m-n}{3} \text{ хлебов,}$$

а второй дал третьему

$$n - \frac{m+n}{3} = \frac{2n-m}{3} \text{ хлебов.}$$

Поэтому общую сумму  $m+n$  монет они должны разделить в пропорции

$$\frac{2m-n}{3} : \frac{2n-m}{3},$$

или, отбросив тройки в знаменателях, в пропорции

$$(2m-n) : (2n-m).$$

Сколько же достанется каждому? Это даже считать не надо! Так как  $(2m-n) + (2n-m) = m+n$ , то есть как раз соответствует общему числу монет, то первый и второй именно столько и получают:  $2m-n$  и  $2n-m$  монет соответственно. Видите – заведомо целые числа! Значит, имеем удивительный результат: сколько бы хлебов у путников ни было, они всегда получают по целому числу монет. И кстати, непременно должны выполняться неравенства:  $n \leq 2m$  и  $m \leq 2n$ , иначе кому-то из путников достанется отрицательная сумма денег.

*Первый вопрос читателю:* как объяснить эту отрицательную сумму с «практической» точки зрения?

Как видно, для большинства  $m$  и  $n$  справедливый делёж отличается от «естественной» пропорции  $m:n$  (и совпадает с ним в единственном случае: когда  $m=n$ ). При этом наиболее эффектно он выглядит, если тому, кто имел меньше хлебов, достанется одна-единственная монета. Интересно, каковы должны быть для этого  $m$  и  $n$ ?

*Второй вопрос читателю:* опишите все такие пары чисел  $m$  и  $n$ .

Напоследок посоветуем читателю на досуге проанализировать с математической точки зрения какие-нибудь другие «съедобные» сказки. Например, «Колобок» или «Репку». Приятного аппетита!

