# XVIII ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А.П. САВИНА

## ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

Александр Блинков,
Леонид Медников,
Александр Шаповалов

Есть школьники, которые и летом хотят заниматься математикой, и тогда они едут в летние математические школы. А те из них, кто хочет ещё и посоревноваться в решении задач, приезжают в Костромскую область на базу отдыха «Берендеевы поляны», где уже много лет подряд с 26 июня по 2 июля проводится турнир математических боёв.

Этим летом турнир собрал 32 команды из Москвы, Санкт-Петебурга, Костромы и Ярославля, от пятиклассников (игравших за 6 класс) до девятиклассников.

В день открытия турнира команды размялись игрой «Математический квадрат». Им были даны 16 или 25 задач, вписанных в клетки квадрата. Проверялись только ответы, и, кроме баллов за верные ответы, начислялись ещё премии за верные решения целого столбца задач или целой строки. Игра была азартной, поскольку те, кто «закрывал» ряд первыми, премировались вдвойне.

Команды разделили на лиги, причём не только в соответствии с возрастом, но и с учётом их реальной силы, а позволила это сделать устная командная олимпиада. Ввиду хорошей погоды жюри во время олимпиады, как обычно, сидело на улице, а школьники – у себя в разбросанных по территории домиках, откуда с энтузиазмом прибегали сдавать задачи.

А на следующий день начались собственно математические бои. Команды с утра получали вариант, содержащий восемь нестандартных задач (жюри старалось подбирать интересные и разнообразные). До обеда команды старались их решить (и редко когда удавалось решить все восемь), а после обеда бились с другими командами. На самом бое команды ведут диалог: более-менее по очереди рассказывают свои решения, а в решениях соперников стараются разобраться и, по возможности, опровергнуть. Львиную долю времени школьники общаются друг с другом, жюри вступает в диалог редко, в основном начисляя очки.

Бои длились 2 – 3 часа, редко дольше, и у школьников оставалось время для спорта, прогулок и экскурсий. После ужина большой популярностью пользовались интеллектуальные игры.

В середине турнира был устроен отдых от боёв: полдня – автобусные экскурсии, полдня – личная устная олимпиада по параллелям. Как обычно, самые красивые (но сравнительно легкие) задачи приберегались именно для этой олимпиады. И если на бою школьник имел право рассказать максимум две задачи, то здесь можно было рассказывать все 9 (кое-кому удалось!).

По итогам турнира все команды и все призеры личной олимпиады награждались памятными дипломами, сувенирами и книгами по математике. Поскольку некоторые авторы книг работали в жюри, то особо ушлые школьники тут же подбегали к ним за автографами. Видимо, на память об интересном турнире.

# XVIII ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А.П. САВИНА

## ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ


Задачи сгруппированы по тематическим разделам, в скобках после номера – классы, для которых предлагалась задача, курсивом указаны авторы задач.

### АЛГЕБРА

**1. (6)** Астролог считает год счастливым, если в его записи используются четыре последовательные цифры. Например, следующий, 2013-й год будет именно таким. А когда, по мнению этого астролога, был предыдущий счастливый год?

*Н.Нетрусова*

**2. (6-7)** За одно нажатие можно число на экране калькулятора увеличить на его дробную часть (например, из $3/7$ можно получить $6/7$, а из $3{,}8$ получить $3{,}8+0{,}8=4{,}6$). Начав с положительного числа, меньшего 1, за десять нажатий получили число 10. С какого числа начали?

*А.Шаповалов*

**3. (7)** Среднее арифметическое всех Володиных оценок по геометрии за четверть – целое число. Если заменить все двойки тройками, тройки – четвёрками, а четвёрки – пятёрками, то среднее арифметическое оценок опять-таки будет целым. Что Володя получил в четверти, если известно, что первая оценка у него – двойка, а последняя – четвёрка?

*В.Гуровиц*

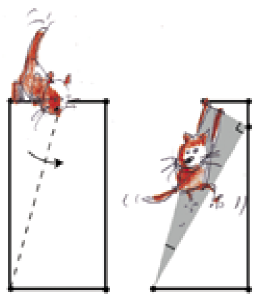
**4. (6-8)** Каждая цифра натурального числа $N$ строго больше стоящей слева от нее цифры. Чему равна сумма цифр числа $9N$?

*С.Волченков*

### ГЕОМЕТРИЯ

**5. (7)** Квадратный лист бумаги сложили вдвое, а затем так, как показано на рисунке. Чему равен отмеченный угол?

*Д.Шноль*



### КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

**6. (7-8)** Докажите, что любой треугольник можно разрезать на три меньших треугольника так, чтобы каждую из получившихся частей можно было покрыть двумя другими.

*А.Шаповалов*

### КОМБИНАТОРИКА

**7. (6-7)** Разложите 100 орехов на 10 кучек так, чтобы в них было разное число орехов, но никакую из куч нельзя было бы разбить на две так, чтобы получилось 11 кучек с разным числом орехов.

*А.Шаповалов*

**8. (6-7)** На клетчатой доске $4\times10$ стоят 7 слонов. Докажите, что можно поставить восьмого слона так, чтобы он никого не побил.

*А.Шаповалов*

**9. (6-7)** Перед Петей и Васей лежат кучки по 100 монет. Они ходят по очереди, начинает Петя. За один ход можно взять из чужой кучки одну или несколько монет и переложить в свою кучку. Каждым ходом надо перекладывать новое число монет. Кто не может сделать ход – проиграл. Кто из них может выиграть, как бы ни играл соперник?

*А.Шаповалов*

**10. (6-8)** Ире принесли 7 драгоценных камней разного веса. Прибор «РИВ-6» умеет за одно испытание из шести камней выбрать два средних по весу. Как за 5 испытаний Ира сможет найти самый средний по весу камень из семи?

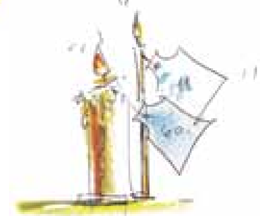
*В.Трушков, И.Руденко*

**11. (7-8)** Девять гномов трижды становились по одному в клетки квадрата $3\times3$, и каждый раз гномы, оказавшиеся в соседних по стороне клетках, здоровались. Докажите, что какие-то два гнома так и не поздоровались.

*А.Грибалко*

**12. (7-9)** Большая свеча сгорает за час и стоит 60 рублей, а маленькая сгорает за 11 минут и стоит 11 рублей. Можно ли отмерить минуту, затратив не более чем 150 рублей?

*А.Шаповалов, Л.Медников*



## ЛОГИКА

**13. (6-7)** Было 12 карточек с надписями «Слева от меня – ровно 1 ложное утверждение», «Слева от меня – ровно 2 ложных утверждения», ..., «Слева от меня – ровно 12 ложных утверждений». Петя разложил карточки в ряд слева направо в каком-то порядке. Какое наибольшее число утверждений могло оказаться истинными?

*А.Шаповалов*

**14. (6-7)** Шесть незнакомых между собой жителей острова рыцарей и лжецов поужинали за круглым столом при свечах, так что каждый из них разглядел и запомнил только двух своих соседей по столу. Назавтра одному из них – Артуру – захотелось узнать, кто сидел напротив него. Он может за один вопрос узнать у любого про любого другого (кроме себя), спросив: «Сидел ли тот рядом с тобой за ужином?». Хватит ли Артуру четырёх вопросов?

*А.Шаповалов*

Художник: Сергей Чуб