

Муравьи на палке



Задача. По палке бегают муравьи с одинаковой постоянной скоростью. Всю палку муравей пробегает за 1 минуту, а когда добегает до края, падает с неё. Но когда два муравья встречаются, они разворачиваются и начинают бежать в противоположном направлении. Докажите, что через минуту все муравьи упадут с палки.

На первый взгляд задача кажется трудной. Ведь если муравьёв много и они бегут в разных направлениях, то муравей из середины много раз встретит других муравьёв, а значит, много раз будет разворачиваться – его путь будет довольно сложным. Как же доказать, что он достигнет конца палки в течение минуты? Но всё же попробуйте решить задачу прежде, чем читать дальше.

Первое решение. Достаточно посмотреть на эту беготню немного по-другому. Представьте, что при встрече два муравья не разбегаются в разные стороны, а проходят сквозь друг друга, продолжая своё движение. Если муравьи внешне одинаковы, мы не заметим разницы после такого изменения в условии: оно не повлияет на общее расположение муравьёв на палке в каждый момент времени! Ведь после встречи двух одинаковых муравьёв не важно, кто именно в какую сторону пошёл – главное то, что они разошлись в разные стороны.

Тогда каждый муравей, не разворачиваясь, будет всё время приближаться к концу палки, возможно встречаясь с другими муравьями. Поэтому через минуту каждый муравей упадёт с палки.

Второе решение. Если предыдущее решение показалось вам неубедительным, может быть, следующее рассуждение развеет сомнения.

Посадим на каждого муравья по блохе. Также попросим блох при встрече муравьёв, на которых они сидят, меняться местами. При этом сами муравьи будут разворачиваться и разбегаться в разных направлениях.

Теперь проследим за движением какой-нибудь блохи. Она будет всё время приближаться к концу палки со скоростью муравья, на котором сидит, иногда перепрыгивая на других муравьёв. Значит, каждая блоха не дольше чем через минуту упадёт с палки вместе со своим «осёдланным».

Так как на каждом муравье всё время сидит какая-нибудь блоха, то в течение минуты вместе со всеми блохами с палки упадут и все муравьи.

Подведём итог. Одна красивая идея позволила нам свести задачу о довольно сложном движении муравьёв к простому случаю, когда каждый муравей движется всё время в одном направлении. Если вы разобрались, попробуйте решить такую задачу.

По прямой в одном направлении на некотором расстоянии друг от друга движутся 10 одинаковых шариков, а навстречу им движутся 10 других таких же шариков. Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдет между шариками?

