НАШ КОНКУРС («Квантик» №2)

6. *Даны три целых числа. Ни одно из первых двух не делится на третье, а произведение первых двух делится на квадрат третьего числа. Может ли такое быть?*

Ответ: может.

Например, первые два числа – это 4 и 9, а третье – 6. Ни 4, ни 9 на 6 не делятся, но $4\times9=36$ делится на $6^2=36$.

Придумайте самостоятельно такие три числа, что ни одно из первых двух не делится на третье, но произведение первых двух делится на десятую степень третьего числа.

7. *Велосипедисты Алёша, Боря и Вася одновременно стартуют из одной и той же точки кольцевого трека (скорость каждого постоянна). Первыми после старта проехали мимо друг друга Алёша и Боря (в одну сторону или в разные – неизвестно). Известно, что Алёша едет по часовой стрелке, а Вася – против часовой стрелки. В каком направлении едет Боря?*

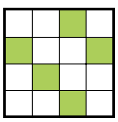
Ответ: против часовой стрелки.

Предположим, Боря едет по часовой стрелке. Если он едет быстрее Алёши, то быстрее него встретится с Васей, а значит, первыми проедут мимо друг друга Боря и Вася, чего быть не может. Если он едет медленнее Алёши, то первыми встретятся Алёша и Вася, что опять же невозможно. Значит, Боря едет против часовой стрелки (и он должен ехать быстрее Васи).

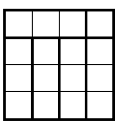
8. *Двое играют в упрощённый морской бой. В таблице размером 4×4 клетки расположен один корабль размером 1×3 клетки.*

а) Приведите пример залпа из пяти снарядов, который обязательно заденет корабль, где бы он ни располагался.

б) Обязательно ли найдётся аналогичный залп из четырёх снарядов?



а) Выстрелим во все зелёные клетки (см. верхний рисунок справа). Легко видеть, что во все оставшиеся белые клетки корабль 1×3 никак не помещается, поэтому мы его обязательно заденем.



б) **Ответ:** нет.

Выделим в таблице 5 прямоугольников 1×3 и оставшуюся угловую клетку (см. нижний рисунок справа). В каждый из прямоугольников нужно сделать хотя бы один выстрел – иначе там может оказаться наш корабль, и мы его не раним. Значит, для гарантированного попадания необходимо хотя бы 5 выстрелов.

9. *В клуб пришли 20 джентльменов: некоторые – в шляпах, некоторые – без. Затем время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал на голову другому джентльмену, у которого в этот момент шляпы не было. Через час десять джентльменов заявили: «Я отдавал шляпу чаще, чем получал!» Сколько джентльменов пришли в клуб в шляпах?*

Ответ: 10.

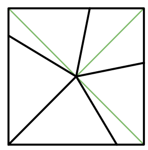
Если джентльмен отдавал шляпу чаще, чем получал, то он, очевидно, пришёл в шляпе, но в итоге её отдал. Значит, как минимум десять джентльменов останутся без шляпы, и как минимум десять джентльменов будут в шляпах (надев на себя шляпы первых 10 джентльменов). Но в сумме это как раз 20 человек. Значит, шляп всего ровно 10, и в клуб пришли ровно 10 джентльменов в шляпах.

10. *Во дворе, окружённом забором с тремя калитками, стоят три домика. На домиках и калитках написаны номера. Можно ли провести от каждого домика дорожку к калитке с тем же номером так, чтобы дорожки не пересекались?*

Ответ: можно, пример приведён на рисунке.

Замечание: это можно сделать для любого количества домиков и калиток, как бы они ни располагались (и тех, и других, разумеется, должно быть поровну) при условии, что только один домик касается забора. Действительно, сначала по очереди проложим непересекающиеся дорожки к домикам, которые не касаются забора. Это возможно, потому что такие дорожки не разделяют двор на отдельные части, и мы всегда сможем провести новую дорожку, «обогнув» старые. После этого соединим дорожкой калитку и последний домик, не пересекая уже проведённые дорожки.

ТОРТ С ГЛАЗУРЬЮ («Квантик» №3)

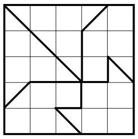


Отметим по периметру верхней части торта пять точек, которые делят периметр на пять частей одинаковой длины, и соединим с этими точками центр квадрата (см. рисунок). По проведённым линиям разрежем торт. Докажем, что в кусках поровну и торта, и глазури тоже.

Очевидно, что боковая часть глазури на торте разделится поровну между кусками. Остаётся доказать, что площади пяти частей на рисунке равны (тогда и торта будет поровну, и глазури на кусках сверху).

Разделим четырёхугольные части на треугольники. Площадь треугольника можно найти по формуле: $S=ah/2$, где S – площадь, a – основание, а h – высота, проведённая к этому основанию. В каждом треугольнике на рисунке проведём высоту из центра квадрата. Длины этих высот будут одинаковы! Но и основания треугольников (на которые опущены высоты) в каждом куске дают в сумме одно и то же число – пятую часть периметра квадрата. Значит, и площади всех кусков будут одинаковы, что и требовалось.

Другое решение можно получить, мысленно разделив верхнюю (квадратную) часть торта на 25 клеточек. Снова делим периметр квадрата на равные части, а сам квадрат делим на пять частей, площадь у каждой – 5 клеточек, как показано на рисунке. Проверьте!



ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Как ни странно, если потянуть цепь вниз за середину, то её центр тяжести поднимется! Ведь если после этого отпустить цепь, она под своей тяжестью снова примет исходное положение. Но при этом центр тяжести мог только опуститься.

МЕХАНИЗМЫ

• Зубцы шестерёнок 1 должны двигаться вверх с внешней стороны, а не с внутренней. Ведь посередине зубцы шестерёнок плотно сомкнуты, вода сквозь них практически не проходит. Остаётся её двигать зубцами по краям.

Колесо 2 не может совершить полный оборот (шатун от предыдущего колеса не позволяет), оно будет вращаться туда-сюда.

Зубец, расположенный над колесом 3, прерывисто вращает его по часовой стрелке, а расположенный под колесом зубец не даёт колесу поворачиваться обратно.

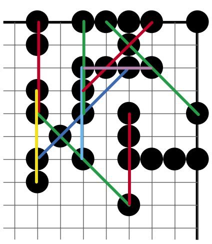
Вслед за колесом 3, остальные детали 4 – 7, 9, 10 вращаются против часовой стрелки, а ближняя к нам часть шестерни 11 движется влево (чтобы убедиться в этом, просто внимательно проследите направление движения каждой детали).

• Быстрее вращаются колесо 6 (оно меньше, чем 7), конус 4 (в месте касания с соединяющим маленьким роликом он у́же, чем 5) и шестерня 10 (у неё меньше зубцов, чем у 9).

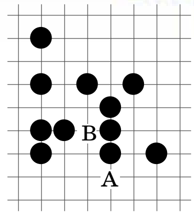
• Гиря 8 опускается редкими рывками. Большая шестерня, к которой крепится подвес гири, может проворачиваться только в те редкие моменты, когда около неё проходит единственный паз соседнего колеса.

РЭНДЗЮ

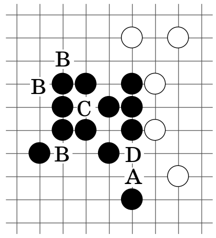
1. Ответ: 10 (см. рисунок).



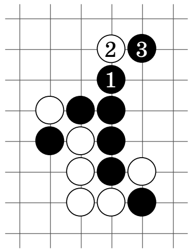
2. а) **Ответ**: 1. Ход в A даёт открытую четвёрку. Обратите внимание, что многие конструкции из трёх камней на рисунке не являются тройками из-за того, что ходы, дополняющие их до четвёрок, запрещены. Например, ход в B создаёт сразу две тройки, поэтому он запрещён и три камня на одной горизонтали с B не образуют тройку.



б) **Ответ**: 1. Ход в пункт A разрешён и даёт открытую четвёрку. Ходы в пункты B запрещены (вилка 4×4). Ход в пункт C запрещён как вилка 3×3 (докажите самостоятельно, что получается именно две тройки). Ход в пункт D не даёт открытую четвёрку, так как снизу не будет пятёрки, а только длинный ряд.



3. а) У чёрных есть тройка, найдите её! Превратив её в четвёрку, они обеспечат себе победу. Потому что белые смогут закрыть четвёрку только с одной стороны, а следующим ходом чёрные получат 5 камней в ряд.



б) Первым своим ходом чёрные создают четвёрку. Белым нужно закрыть четвёрку, пока она не стала пятёркой. Но на третьем ходу чёрные получают открытую четвёрку, что принесёт им победу на пятом ходу.

4. Смотрите решение в следующем номере!

УДАР ПО ДИСЦИПЛИНЕ

• **О, Д, Т, Ч, П, Ш** – первые буквы названий цифр: один, два, три, четыре, пять, шесть. Следующей должна стоять буква С – семь.

• **Ь Ь Т Ь ? Ь Ь Т Ь Ь Ь Ь** – на эти буквы оканчиваются названия месяцев. Вместо знака вопроса должна стоять буква Й – май.

• Во-первых, на земле валяются два мяча. Откуда взялся второй? Во-вторых, на земле валяется разбитый горшок с цветком. Если бы окно разбил Вова, то горшок с цветком находился бы на полу в классе. Это значит, что окно разбито вторым мячом, которым кто-то играл в классе, а не на улице.

КРУЖКА В МИКРОВОЛНОВКЕ

Когда микроволновая печь работает, внутри вращается подставка, на которой стоит чашка. За минуту чашка поворачивалась так, что за ручку было не взяться. Лишние три секунды нужны, чтобы чашка повернулась ручкой к дверце и её удобно было доставать.