

Новые приключения Буратино

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
СКАЗКИ
Сергей Дворянинов

Когда Буратино был совсем маленьким, на прогулки его водил папа Карло. Но вот Буратино подрос и стал ходить в начальную школу. А у старого Карло как раз появилось много заказов на изготовление деревянной мебели, работы прибавилось, а свободного времени соответственно убавилось. Вот тогда стал Буратино просить отпустить его погулять одного.

– Папа Карло, наш городок со всех четырёх сторон окружают такие прекрасные леса, рощи и парки, похожие на леса! Там так чудесно! Позволь мне туда отправиться! А чтоб не заблудиться, я возьму с собой компас!

– Что ж, – отвечал его отец, – ты у меня не маленький, но я тебе дам не компас, а GPS-навигатор. Вот завтра для начала побывай в Квадратном лесу, а навигатор я настрою так, чтоб он тебе показывал направление, перпендикулярное сторонам этого леса.

И вот Буратино после школы отправился в Квадратный лес.

– Ну, как прогулка? – спросил его папа Карло. Понравилась?

– Да, конечно, только я один и тот же путь от края до края прошёл дважды, туда и обратно (рис.1). Вышел из стартовой точки S и в неё же и возвратился. Можно выбрать более интересный маршрут?

– Можно. Отправляйся завтра в Четырёхугольный лес. А навигатор будет показывать тебе направления вдоль диагоналей этого четырёхугольника.

Вышел Буратино из городских ворот, тут же оказался на опушке леса и включил навигатор. Дошёл до одной стороны четырёхугольника, потом до другой и так далее, всё время двигаясь параллельно диагоналям четырёхугольника. И что удивительно, он оказался вновь в начале своего пути – в стартовой точке S !

– Папа Карло, – рассказывал Буратино вечером, – мне сегодня повезло: я начал своё путешествие в замечательной точке, которая совпала с конечной точкой моего пути!

– Что ж тут необыкновенного? Если начать путь в любой точке на стороне и двигаться параллельно диагоналям четырёхугольника, то ты всегда вернёшься в начальную точку.

– Ладно, завтра проверю это утверждение, выйду из другой точки. Посмотрим, вернусь ли я в начало.

– Даже если вернёшься, то ты лишь подтвердишь мои слова, но утверждение не докажешь. И вообще, сколько бы ни было примеров, подтверждающих утверждение, они ничего не доказывают.

Потом ещё несколько дней Буратино гулял по Четырёхугольному лесу, начинал свой путь в разных точках, но всегда при этом возвращался в точку старта.

Задача 1. Проверьте утверждение папы Карло для своего четырёхугольника и попробуйте доказать его.

Через неделю Буратино отправился в Треугольный лес. Название понятное: лес имел форму треугольника.

– Папа Карло, настрой навигатор так, чтобы я снова возвращался в начальную точку своего пути. Я привык к таким путешествиям, да и в песне поётся: *но так приятно возвращаться под крышу дома своего!* – попросил Буратино.

– Хорошо, завтра навигатор поведёт тебя параллельно сторонам Треугольного леса.

Снова Буратино пришёл на опушку леса и отправился в путь. После двух поворотов он снова оказался у городской стены, но не там, где он начинал свой путь.

– Наверное, навигатор сбился, – предположил Буратино. – Бывает, что и техника подводит. Что ж, проверю, пройду-ка я по лесу ещё разок.

Его новый маршрут состоял из трёх новых отрезков, параллельных сторонам треугольника (см. рис.1). Но тут уже в конце пути его финишная точка совпала со стартовой!

– Нет, навигатор исправен. Как и обещал папа Карло, двигаясь параллельно сторонам треугольника, я всегда вернусь в начало пути. Только путь мой состоит теперь из шести отрезков! – сделал вывод Буратино.

– Ты прав, – подтвердил вечером за ужином папа Карло. – Твоё путешествие можно назвать математическим экспериментом. Эксперимент привёл тебя к некоторой гипотезе. А теперь докажи, что эта гипотеза верна.

Задача 2. Докажите, что, двигаясь из произвольной точки на стороне треугольника параллельно его сторонам, мы после прохождения шести отрезков обязательно вернёмся в исходную точку.

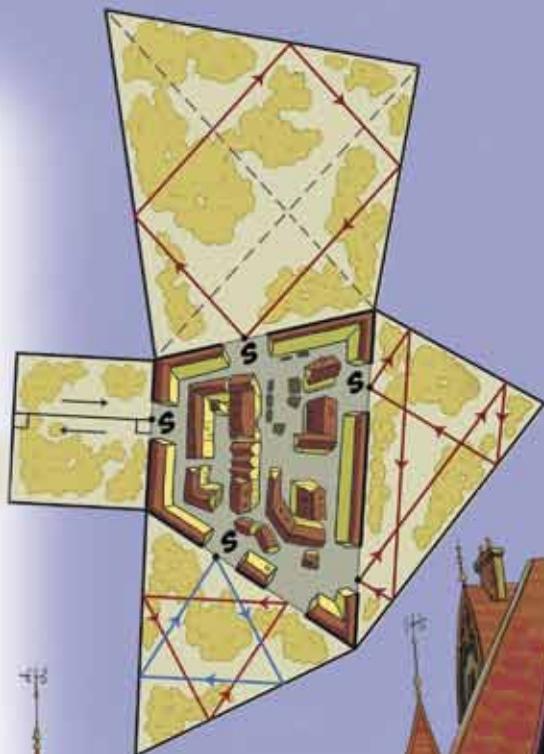


Рис.1

– Однако, – продолжал папа Карло, – на опушке треугольного леса есть такая точка, что, начав путь в этой точке, ты вернёшься в неё, пройдя *только три* прямолинейных отрезка.

– Что ж, завтра я попробую такую точку подобрать-угадать!

– Не спеши, – возразил папа Карло. – На отрезке бесконечно много точек. Все их испытать-проверить невозможно. Ты ведь уже изучил азы геометрии? Возьми бумагу, карандаш и найди эту точку!

Буратино так и сделал.

Задача 3. Найдите на стороне треугольника точку, из которой выходит замкнутая трёхзвенная ломаная с вершинами на сторонах и звеньями, параллельными сторонам треугольника.

Прошло ещё несколько дней, и отправился Буратино в Правильнотреугольный лес. Лес этот имел форму правильного, другими словами, равностороннего треугольника. Теперь навигатор указывал направление, перпендикулярное стороне треугольника.

– И я снова вернусь в исходную точку? – спросил утром Буратино.

– Да, но только для специальной начальной точки, – отвечал папа Карло. – На опушке леса таких точек ровно две. Они делят опушку на три равные части. Из одной ты должен двигаться по часовой стрелке, а из другой – против. Пройдя три прямолинейных отрезка, ты непременно вернёшься в начало пути.

Буратино так и сделал (см. рис. 1 на предыдущей странице). Он прошёлся и по одной трёхзвенной ломаной (красного цвета), и по другой (синего цвета).

А однажды он решил выяснить, каким окажется путь вдоль перпендикуляров для произвольной начальной точки. И вот, положив в свой школьный ранец кусок пирога и фляжку с водой, – вдруг путь окажется длинным? – он отправился в дорогу.

Вначале ничего интересного не было. Пройдя три отрезка (на рис. 2 они показаны синим цветом), он снова оказался на опушке леса у городской стены. Тут он, не останавливаясь, вновь продолжил движение, следуя указаниям навигатора. Теперь он прошел ещё три синих отрезка. Следующие три отрезка его пути –



Рис. 2

красного цвета. Каждый раз, попадая на опушку, он на песке отмечал точку, в которой он оказывался. И вот, неумоимо двигаясь вдоль ломаной линии по перпендикулярам к сторонам треугольника, Буратино заметил, что путь его пролегал по уже виденным им местам! А отметки, которые он делал на опушке, оказывались всё ближе и ближе к стартовой точке его треугольного пути, показанного на рисунке 1. В конце концов он утомился и вернулся домой.

– Папа Карло, а что бы получилось, если б я продолжал и продолжал свой путь по перпендикулярам к сторонам правильного треугольника? – спросил Буратино, после того как рассказал о своих наблюдениях. – Я бы попал на замкнутую треугольную траекторию? Сколько бы я сделал кругов по лесу?

– Ответ такой, мой юный путешественник и любитель геометрии, – начал папа Карло. – Если говорить теоретически, то на треугольную траекторию попасть невозможно. Твой путь состоял бы из бесконечного количества звеньев. Но чем дольше ты бы шёл, тем ближе бы три последовательных звена твоего пути располагались около сторон треугольника, который ты проходил, двигаясь из специальной точки на опушке. Соответственно, на опушке леса ты оказывался бы все ближе и ближе к специальной стартовой точке, делящей длину опушки в отношении 1:2.

– Очень интересно! – воскликнул Буратино. – А я могу доказать это строго математически?

– Попробуй! Для этого требуется знание геометрической прогрессии. Так что пока доказательство того, что я тебе сказал, можно отложить. А провести математический эксперимент на бумаге – совсем несложно.

Задача 4. Начертите на бумаге несколько прямолинейных звеньев возможного пути Буратино вдоль перпендикуляров к сторонам правильного треугольника и убедитесь, что они действительно приближаются к одному из треугольных маршрутов на рисунке 1.

На этом мы закончим нашу историю о прогулках Буратино по окрестным лесам. Потом в своей жизни он совершит ещё много разных увлекательных путешествий, в которых ему всегда будет помогать геометрия. Но о них мы расскажем в следующий раз.

