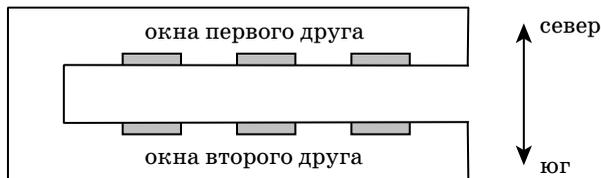


КАК ТАКОЕ ВОЗМОЖНО? (Квантик № 11, 2014)

ДВА ДРУГА (Алексей Ясников, 6 класс, Тольятти).

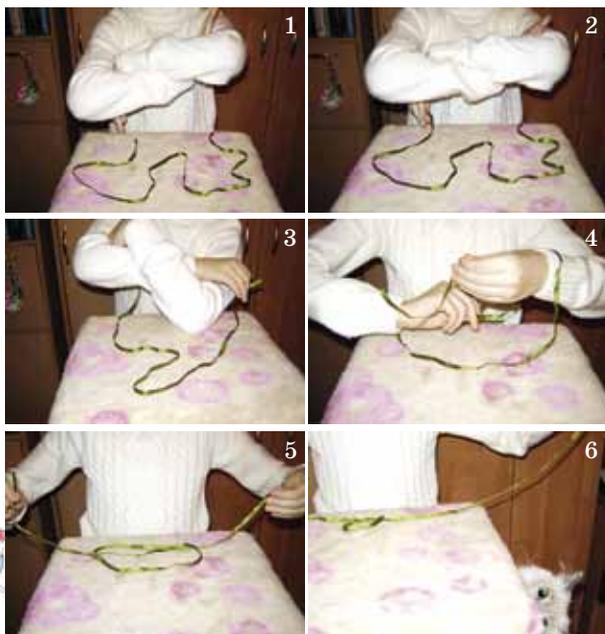
Такое вполне возможно если форма дома сверху напоминает букву «П», а квартиры обоих друзей имеют комнаты, выходящие на одну сторону во внутренний двор:



Тогда окна первого друга выходят на юг, а второго друга на север. Но при этом друзья через узкий внутренний двор могут наблюдать друг за другом в окнах.

УЗЕ Л (Алексей Ясников, 6 класс, Тольятти).

Наши руки замкнуты через туловище, и если этими руками мы возьмём верёвку, то возникнет замкнутое кольцо: «верёвка – левая рука – туловище – правая рука». Если на замкнутом кольце не было узла, то завязать на любой его части узел невозможно. Это значит, что узел в какой-нибудь части кольца должен быть завязан до того, как мы возьмём верёвку в руки. Видно, что верёвка лежит на столе без каких-либо узлов. Значит, перед тем как её брать, надо завязать узел на части кольца «левая рука – туловище – правая рука». Я не умею туловище завязывать в узел, возможно, индийские йоги или змеи это умеют. А вот руки сложить перед собой на груди, завязав их во что-то вроде узла, я смог, а потом поочередно взял верёвку за концы. Потянув её, я увидел, что руки распутались, а узел завязался на верёвке. Мне помогли сделать фотографии моих приключений:



Шуточное замечание Александра Шкляева (Москва). Стоит отметить, что если человек достаточно толст и не может свести руки ближе чем на метр, то он задачу решить не сможет, что, на мой взгляд, является дискриминацией.

ЗАПРЕТ

Петя положил лыжи в коробку $1\text{ м} \times 1\text{ м} \times 10\text{ см}$. Длина диагонали квадратного основания такой коробки равна $\sqrt{2} = 1,414\dots\text{ м}$ (по теореме Пифагора), что больше 1,4 м. Поэтому лыжи влезут по диагонали. Ширина коробки (10 см) может быть любой, лишь бы не меньше ширины лыж. Формальные требования по длине и ширине самой коробки не нарушены.

НА ОХОТЕ

Конечно, один из возможных ответов – это Северный полюс (рис. 1). В этом случае медведь белый.

Но мог ли охотник стартовать из другой точки? Оказывается, да.

Построим вокруг Южного полюса забор в виде окружности длиной 1 км (с центром в Южном полюсе). Рассмотрим теперь все точки, которые находятся на расстоянии 1 км от забора (если двигаться от забора в направлении Северного полюса).

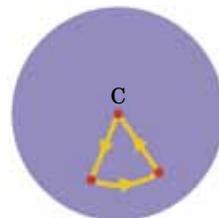


Рис. 1

Путешественник, пройдя из такой точки 1 км на юг, окажется у забора. Пройдя 1 км на восток, он просто обойдёт вокруг забора и вернётся на то же место у забора. И затем, пройдя 1 км на север, вернётся в исходную точку (рис. 2). Правда, в районе Южного полюса медведи не встречаются.

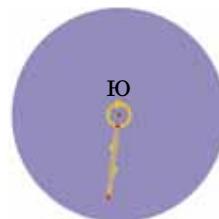


Рис. 2

А есть ли ещё варианты? Да. Например, можно было построить вокруг Южного полюса забор длины $1/2\text{ км}$, или вообще длины $1/n\text{ км}$, где n – любое натуральное число. Снова рассмотрим все точки, которые находятся на расстоянии 1 км от забора (если двигаться от забора в направлении Северного полюса). Путешественник, пройдя из такой точки 1 км на юг, окажется у забора. Двигаясь 1 км на восток, он обойдёт вокруг забора n раз и вернётся на то же место у забора. И затем, пройдя 1 км на север, вернётся в исходную точку. Подумайте, есть ли ещё варианты.

Шуточное замечание Александра Шкляева. Наиболее близкие следы медведя были замечены Гринписом в районе 1,5 километров от Северного полюса. Шансы охотника повстречать медведя точно на полюсе почти нулевые. Куда реальнее представить, что охотник увидел не живого медведя, а его изображение. Где? Конечно же, на флаге! По всей видимости, он увидел либо флаг «Единой России», либо флаг штата Калифорния. В обоих случаях увиденный медведь был бурый. Здесь, правда, есть не-

которое коварство, ведь бурый медведь на флаге может быть припорошен снегом и оттого быть белого цвета.

■ НАШ КОНКУРС, ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ТУР (Квантик № 11, 2014)

6-Д. а) Да, например подходят числа $2, 2^3, 2^5, 2^7, 2^9$.

б) Нет. Предположим противное: такой набор из 10 чисел найдется. Рассмотрим первые четыре числа: a, b, c, d . По условию, abc – квадрат и bcd – квадрат. Тогда их произведение $a(bc)^2d$ тоже квадрат, а значит, и ad – квадрат. Но adb – квадрат по условию, откуда b – тоже квадрат, что условию противоречит.

19-Д. Обозначим участников: врун – В, правдивый – П, хитрецы – ХВ и ХП. Пусть хитрецы договорятся отвечать так, как будто ХВ – врун, ХП – правдивый, В – хитрец, притворяющийся вруном, а П – хитрец, притворяющийся правдивым. Поставив их лицом друг против друга, так что ХП как бы служит отражением П, а ХВ служит отражением В, видим, что невозможно отличить, кто стоит «перед зеркалом», а кто «за зеркалом» – ответы полностью «зеркальны».

22-Д. Пусть найдётся квадрат площади N с вершинами в узлах. Рассмотрим любую из его сторон. Так как её концы лежат в узлах, она будет диагональю прямоугольника со сторонами, идущими по линиям сетки, причём длины сторон будут целыми. Обозначим их через x и y . Тогда длина диагонали прямоугольника равна корню из $x^2 + y^2$ (по теореме Пифагора). Значит, квадрат диагонали – а это и есть N – равен сумме квадратов целых чисел.

Наоборот, если $N = x^2 + y^2$, где x и y – целые, легко построить квадрат площади N : сначала нарисуем по линиям сетки квадрат со стороной $x + y$ и отметим на каждой стороне по точке так, как показано на рисунке 1. Эти точки и будут вершинами квадрата площади N .

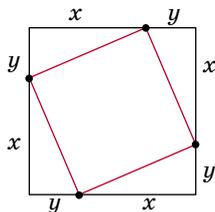


Рис. 1

29-Д. Считаем, что одна дорога ведёт налево, вторая – направо. Пусть Квантик задаст вопрос: «Если я спрошу тебя, ведёт ли дорога направо в деревню, ты ответишь «пиш»?».

Пусть перед нами честный. Если деревня направо, то в случае, если «пиш» – это «да», честный ответит «да», то есть «пиш», а в случае, если «пиш» – это «нет», он ответит «нет», то есть тоже «пиш». Если же деревня налево, то в случае, если «пиш» – это «да», честный ответит «нет», то есть «таш», а в случае, если «пиш» – это «нет», он ответит «да», то есть тоже «таш». В итоге, честный всегда ответит «пиш», если деревня направо, и «таш», если деревня налево!

Пусть перед нами лжец. На вопрос «ведёт ли дорога направо в деревню» он ответил бы не так, как честный. Поэтому на вопрос Квантика он тоже ответил бы не так, если бы отвечал на него честно. Но он

же лжец, а значит, он опять соврёт. То есть, его ответ на вопрос Квантика будет таким же, как у честного. Значит, Квантик поймёт, какая дорога ведёт в деревню, кто бы перед ним ни был.

В качестве упражнения придумайте вопрос, на который честные всегда будут отвечать «пиш», а лжецы – всегда «таш».

45-Д. Расположим в пространстве треугольную пирамиду с равными рёбрами (правильный тетраэдр) так, чтобы наша лампочка попала ровно в центр пирамиды. Опишем вокруг одной из граней пирамиды окружность. Соединим лампочку лучами со всеми точками этой окружности. Получится бесконечный конус. В этот конус можно положить шар (любого размера), и он закроет собой все лучи, идущие из лампочки внутри этого конуса.

А как быть с лучами, идущими по границе конуса: они упираются в наш шар или нет? Для надёжности увеличим немного размеры нашего шара (не меняя положение его центра и так, чтобы не задеть лампочку): тогда лучи, идущие по границе конуса, тоже упрутся в шар.

Теперь точно так же рассмотрим второй конус (полученный с помощью другой грани пирамиды). Его также можно закрыть шаром, надо только расположить его далеко от лампочки (взяв для этого шар достаточно большого радиуса), чтобы он не пересёкся с предыдущим шаром. Аналогично строим и закрываем ещё два конуса.

Так как любой луч, выходящий из лампочки, лежит в одном из конусов, шары загораживают весь свет от лампочки.

??-Д. Надо перевернуть карточки «4» и «В».

Эта задача эквивалентна задаче 42 из прошедшего конкурса:

У окна стоят четыре девочки (см. рисунок 2). Каких двух девочек надо попросить повернуться, чтобы выяснить, истинно ли такое утверждение: «Если девочка без очков, то у неё в волосах бантик»?



■ КАК СПАСТИСЯ ОТ КЛОПОВ

Человек легко может обезопасить себя от риска, что клопы подберутся к нему с пола. Для этого достаточно поставить ножки кровати в ёмкости с водой.

Но как обезопасить себя от «угрозы с воздуха», то есть от того, что клопы подберутся со стороны

потолка? Далеко не любой навес поможет, ибо клоп может прыгнуть точно на край навеса, проползти по нижней части навеса и прыгнуть на спящего. Значит, навес должен быть устроен таким образом, чтобы клоп не мог попасть на нижнюю часть навеса. Для этого, например, можно загнуть внутрь край навеса, а в образовавшуюся кольцевую ямку налить воды. Такой навес изображён в разрезе на рисунке 1. Чтобы клопы не смогли спрыгнуть на кровать с навеса, кольцо (полученное загибанием навеса) должно быть достаточно широким: оно должно полностью охватывать кровать.

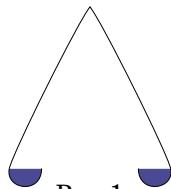


Рис. 1

Покажем, как сделать это, используя навес, изображённый на картинке в прошлом номере. Ткань навеса закреплена на двух обручах. Если потянуть верёвочки вверх, нижний обруч поднимется и ткань провиснет, образовав нужную нам кольцевую ямку, куда мы нальём воды. Ткань должна быть непромокаемой.

■ САМЫЙ ВКУСНЫЙ ДЕСЕРТ

Самый вкусный десерт, который имеет в виду папа в конце статьи, – это шоколад.

■ ШАХМАТЫ И КОЛБАСА

Задача 1. При чтении условия сразу вспоминается старинный шахматный анекдот о том, как один шахматист так долго думал, что успевал сделать лишь десять ходов, тогда как его соперник успевал сделать все пятнадцать.

Того, что описано в условии, просто не может быть! Игроки в шахматах ходят, как известно, по очереди, и потому в любой момент времени количества сделанных ими ходов либо одинаковы, либо у белых на 1 больше. В то же время первый игрок, как видно, сделал $4 + 1 = 5$ ходов, а второй – $1 + 2 = 3$ хода. Противоречие!

И все-таки неувязки можно избежать. Заметим, что в условии говорится не о количестве ходов, сделанных *игроками*, а о количестве ходов, сделанных *их фигурами*, а это, как говорил когда-то Аркадий Райкин, две большие разницы! Есть ход (возможный у каждой из сторон лишь единожды за всю игру), который делают *сразу две* фигуры: рокировка. Поэтому белые сделали рокировку, а чёрные – нет. После такой догадки решать осталось почти ничего: для рокировки в длинную сторону надо с пути короля и ладьи убрать ферзя, слона и коня, то есть тогда у белых сделали бы ход 5 фигур, а по условию таких было всего 4. Поэтому белые сделали рокировку в короткую сторону, и им пришлось убрать с дороги слона и коня, то есть у них сделали ход 4 фигуры: король, ладья, слон и конь. Следовательно, ферзь не ходил вообще, поэтому он остался на исходном поле d1. Вот и все. Единственный ход белой пешкой был нужен, чтобы дать дорогу слону (конь-то и так отпрыгнуть может).

Примечание. Для полного решения задачи необходимо было бы также выяснить, не могли ли черные *съесть* белого ферзя (и тогда он мог бы оказаться в указанный момент вообще за полем боя)? Нет, не могли: легко убедиться, что за два хода пешками и один ход фигурой это сделать никак невозможно, даже при согласии обеих сторон.

Задача 2. Пойдём по порядку. Пусть колбаса содержит M процентов мяса, P процентов рыбы и X процентов хлеба. Так как по условию она состоит только из этих ингредиентов, то $M + P + X = 100$.

Найдём сначала M , P и X на основе анализов комиссии из «Мяспрома». Согласно им, $M = P + 12$ и $X = P + 16$. Добавив к этим двум уравнениям созданное ранее $M + P + X = 100$, можно легко определить, что $M = 36$, $P = 24$, $X = 40$.

В соответствии с исследованиями комиссии из «Рыбпрома», $P = X - 40$ и $M = X - 10$, откуда $M = 40$, $P = 10$, $X = 50$.

Наконец, из результатов работы «Хлебпромской» комиссии следует, что $M = P + 5$ и $M = X - 15$, то есть $M = 30$, $P = 25$, $X = 45$.

Что же получается? По условию, одна из трёх комиссий ошиблась. Но тогда результаты двух других комиссий должны совпасть. В то же время, как видно, результаты всех трёх комиссий совершенно различны! Поэтому ошиблись как минимум две из них, если не все три!

Здесь, чтобы избежать противоречия, отвлечемся от колбасы и зададим для затравки предварительный вопрос: на сколько процентов 60 килограммов больше, чем 50 килограммов? В соответствии с правилами сравнения, за 100% всегда принимается то, с чем сравнивают, то есть 50 килограммов. Тогда 10 килограммов разницы – это 20%. Итак, ответ: на 20%. Хорошо, а на сколько процентов 60 метров больше, чем 50 метров? Разумеется, тоже на 20%. Еще вопрос: на сколько процентов 60% больше, чем 50%? Конечно, тоже на 20! Да нет, на 10 – ведь $60 - 50 = 10$. Так 20 или 10? Не мешало бы разобраться...

Когда сравниваются между собой величины, сами по себе выраженные в процентах, то различие между ними можно выразить двояко, что может породить неоднозначные толкования. Чтобы этого избежать, есть общепринятое правило: везде, где возможны сомнения, указывать, какие проценты имеются в виду – абсолютные или относительные. Если это учесть, то можно спокойно и непротиворечиво утверждать, что 60% превышает 50% на 10% абсолютных или же на 20% относительных (что, естественно, одно и то же). Но если случайно или намеренно (как в данной задаче) не указать, какие проценты имеются в виду, то это может сбить с толку. И кое-кого, наверно, сбило!

Все полученные в первоначальном решении значения определены нами исходя из толкования процентов в абсолютном смысле. Если же трактовать

их как относительные, то появятся дополнительные решения. Вот они.

Сначала «Мяспром». Для него система уравнений принимает вид: $M = 1,12P$, $X = 1,16P$, $M + P + X = 100$, откуда $M = 34,1$, $P = 30,5$, $X = 35,4$ (значения округлены до десятых долей, чтобы не возиться с простыми дробями).

Для «Рыбпрома» система такова: $P = 0,6X$, $M = 0,9X$, $M + P + X = 100$, откуда $M = 36$, $P = 24$, $X = 40$.

Наконец, для «Хлебпрома» $M = 1,05P$, $M = 0,85X$, $M + P + X = 100$, откуда $M = 32,0$, $P = 30,4$, $X = 37,6$ (тоже округленно).

Как видно, «абсолютные» результаты комиссии из «Мяспрома» совпадают с «относительными» результатами комиссии из «Рыбпрома». Никаких других совпадений нет. Поэтому ответ однозначен: ошиблась комиссия из «Хлебпрома». Остальные две комиссии совершенно верно определили, что колбаса содержит 36% мяса, 24% рыбы и 40% хлеба, но, сравнивая эти значения, «мяспромовцы» использовали абсолютные проценты, а «рыбпромвцы» – относительные.

■ ГЛУХОЙ ОХОТНИК

Эта охотничья история описана Г. Федосеевым в книге «Злой дух Ямбуя» и В. Бианки в рассказе «Ушки в мешке».

Тут не годится держать собаку на длинном поводке (он будет мешать собаке, цепляясь за деревья и кусты). Не было у старого охотника и пеленгатора, да и сложно это. И тем не менее охотник нашёл выход – просто стал брать с собой на охоту вторую собаку, держа её на поводке. Первая собака искала добычу, а вторая бежала на её лай и вела за собой охотника.

■ МАЯКОВСКИЙ, НИЛ АРМСТРОНГ И БОТКИН

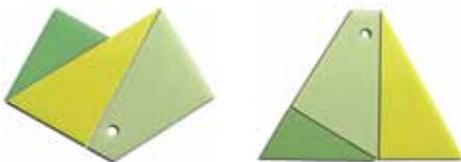
Выдумана история про Армстронга. Он ведь был в скафандре и никак не мог почувствовать ногой холодный кусочек металла. К тому же советский луноход на самом деле высадился на Луну годом позже первого человека.

■ КАК БУСЕНЬКА СКЛАДЫВАЛА ЧИСЛА В СТОЛБИК

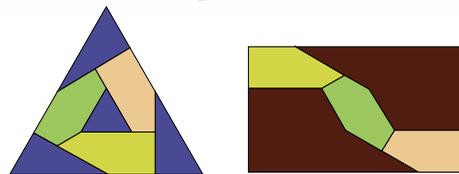
Переводим. Это число дает остаток 1 при делении на 7, 2 – при делении на 8, 3 – при делении на 9, 5 – при делении на 11. Поэтому если к этому числу прибавить 6, то результат будет делиться на 7, 8, 9, 11, то есть на $7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 11 = 5544$, так как эти числа взаимно просты. Значит, наше число равно 5538.

■ БИНДИ

Ответ к головоломке «Бинди»:



Ответ к головоломке «Три сосиски»:



■ РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Выражением *тысяча сто шестьдесят девятым* можно описать три дроби (разумеется, все они неправильные): $1160/9$, $1100/69$, $1000/169$. **Ответ:** (Г).

2. Это действительно мог быть глагол, например, *взять* («Взять меч в руки? Да ни за что!»). Это вполне могло быть числительное *пять* («Пять мечей я уже выковал»). Это могло быть также наречие, например, *опять* («Тьфу, опять меч затупился!»). Наконец, это могло быть и существительное, например, *рукоять* («Рукоять меча блестела и сверкала»). Великие сыщики редко ошибаются. **Ответ:** (Д).

3. Очевидно, для того, чтобы решить задачу, надо ориентироваться на какие-то особенности приведённых имён. Обратим внимание, что имена Густав и Август состоят из одних и тех же букв, то есть являются анаграммами. По-видимому, смысл шутки Джакомо Казановы можно передать примерно так: шведский король Густав настолько обрадовался, что его имя состоит из тех же букв, что и имя прославленного римского императора Октавиана Августа, что решил называться в его честь. **Ответ:** (А).

◆ Дотошный читатель может сказать: «Но ведь польский король и Казанова не по-русски говорили и писали!». Однако латинские формы этих имён *Augustus* и *Gustavus*, с учётом того, что *v* и *u* восходят к одной и той же латинской букве, тоже являются анаграммами.

4. Греческое слово *ἀτομος*, буквально означающее «неделимый», пришло в русский язык двумя путями. Один путь – прямое заимствование – дал слово *атом*. Второй путь – так называемое калькирование, то есть поморфемный перевод – привёл к возникновению слова *несекомое*. В греческом слове выделяется отрицательная приставка *α-* и корень *τομ-* (от глагола *τέμνω* со значением «разрезать, рубить»). Эти приставку и корень перевели на русский язык, получив *не-* и *сек-*. Слово приобрело средний род, характерный для отвлечённых философских понятий. Атомно-молекулярное учение в химии в XVIII веке только складывалось, поэтому в текстах той эпохи слова *атом* и *несекомое* используются чаще всего при описании идей античных философов-атомистов (Левкиппа, Демокрита и их последователей) и ключевого понятия философии Готфрида-Вильгельма Лейбница – мельчайших объектов, составляющих все явления наблюдаемого мира (у Лейбница эти сущности называются также монадами). **Ответ:** (Б).