

В огороде бузина...

Улыбнись

Игорь Акулич

...а в Киеве, как известно, дядька. А кому до Киева далеко, то пусть дядька обитает, например, в Подольске или Воскресенске. Дело-то не в этом, а в задачах, условия которых полностью соответствуют данной поговорке, но, как ни странно, решения такие задачи все-таки имеют. И вот первый пример – широко известный.

Представьте себе, что вы – машинист. Ваш паровоз тянет поезд, состоящий из 10 вагонов с углём, 20 вагонов с лесом и 30 цистерн с мазутом, а сзади прицеплен ещё и почтово-багажный вагон. Сколько лет машинисту?

Вопрос, казалось бы, совершенно к делу не относится. Действительно – в огороде бузина... и т.д. Но если вдуматься, то ключ-то на поверхности, а именно – во фразе «Представьте себе, что вы – машинист». Так что для ответа на вопрос надо лишь вспомнить, сколько вам лет.

«Ну, это не математика!» – может заявить читатель. Согласимся, что не совсем. Тогда вот другой пример.

Два математика ехали в трамвае. Один постоянно смотрел в окно, другой всю дорогу дремал. При очередной остановке у светофора смотревший в окно воскликнул:

- Удивительное совпадение!
- Что такое? – проснулся второй.

– *Представляешь, со мной недавно казус вышел. Складывал я на калькуляторе два натуральных числа. Если бы я сделал всё правильно, то сумма была бы равна номеру вон того «Мерседеса». Но я почему-то в первом слагаемом набрал цифры в обратном порядке, а у второго вообще пропустил одну цифру. И потому сумма оказалась равной номеру вон тех «Жигулей». Так вот скажи: сможешь ли ты определить, какую цифру я пропустил?*

– Нет, – поразмыслив, ответил второй. – Этих данных недостаточно.

– Хорошо, добавлю: она равна номеру дома, мимо которого мы проехали полчаса назад.

– Ну, тогда я могу назвать эту цифру.

Назовите и вы.





¹ Первоначально была мысль вообще не выходить в условии за «транспортные» рамки, то есть вместо слов «...равна номеру дома, мимо которого мы проехали полчаса назад» написать, например, так: «...равна номеру автобуса, который обогнал нас полчаса назад». Но пришлось отказаться от этой идеи по следующей причине: будучи как-то в Москве, автор увидел автобус с номером маршрута «0»! По-видимому, это был какой-то временный или добавочный маршрут, но, во всяком случае, нулевые номера автобусов бывают! А вот нулевых номеров домов встречать не приходилось.

Похоже, и эта задача бузиной пахнет! Во-первых, к чему номера автомобилей, если они нам неизвестны? А номер дома – вообще ни к селу, ни к городу, ведь второй математик его даже не видел, поскольку спал!

Тем не менее, решение есть, и основано оно на известном признаке делимости на 9, который в самом «развёрнутом» виде можно сформулировать так: остаток от деления натурального числа на 9 равен остатку от деления на 9 суммы его цифр.

Пусть остатки от деления на 9 номеров «Мерседеса» и «Жигулей» равны соответственно M и $Ж$. Рассмотрим две возможности:

1) $M \neq Ж$. Зададимся вопросом: почему остатки могут различаться? Ясно, что запись цифр первого слагаемого в обратном порядке здесь ни при чём: делимость на 9 связана лишь с суммой цифр, которая при этом не меняется. Значит, дело лишь в той самой пропущенной цифре – именно она вызывает расхождение. Используя признак делимости на 9, можно (зная M и $Ж$) легко определить эту цифру: она равна $M - Ж$, если $M > Ж$, или равна $9 + M - Ж$, если $M < Ж$. Так что если остатки от деления на 9 номеров автомобилей были бы различны, то второй математик сумел бы однозначно указать пропущенную цифру, но по условию он этого сделать не смог. Значит, этот случай не имел места.

2) $M = Ж$. Совпадение остатков, как явствует из того же признака делимости на 9, возможно, если пропущенная цифра не влияет на остаток от деления на 9. Но таких возможных цифр две: 0 и 9, и теперь понятно, почему второй математик не мог сразу назвать пропущенную цифру. Значит, имел место именно этот случай.

Итак, первый математик пропустил либо ноль, либо девятку. А в конце разговора он добавил, что эта цифра равна номеру дома. Но номер дома не может равняться нулю¹! Стало быть, остается единственная возможность: пропущенная цифра – это 9. Таков ответ.

Задача 1. Убедитесь, что уточнение про номер дома необходимо: придумайте номера «Мерседеса» и «Жигулей», которые можно получить способом первого математика и удаляя 0, и удаляя 9.

Иногда приходится привлекать к решению дополнительные данные, находящиеся «за границей» условия. Такие задачи, конечно, решаются труднее. Вот пример.

Высота египетской пирамиды (в метрах) больше произведения двух нечётных двузначных чисел, но меньше квадрата их полусуммы. Как звали фараона?

У поклонников популярной когда-то группы «Наутилус Помпилиус», несомненно, в голове крепко сидит Тутанхамон (тем более что он был, согласно песне, очень умён). Но это вряд ли относится к делу. Вот если бы были указаны те самые двузначные числа, то ещё можно было бы на что-то надеяться: узнать, в каких пределах лежит высота пирамиды, и с помощью учебника истории (или энциклопедии, если учебника недостаточно) постараться определить её хозяина. И тем не менее попытаемся. Если эти два числа одинаковы, то их произведение равно квадрату полусуммы, что недопустимо (ибо высота пирамиды должна лежать, по условию, между этими числами). Поэтому они различны. Наименьшее возможное значение произведения двух различных нечётных двузначных чисел равно $11 \cdot 13 = 143$, следующее по величине – $11 \cdot 15 = 165$, остальные ещё больше. А теперь воспользуемся учебником, где чёрным по белому сказано, что пирамид выше 165 метров в Египте нет. Поэтому два числа, о которых говорится в условии, – именно 11 и 13. Квадрат их полусуммы равен 144. Итак, высота пирамиды лежит между 143 и 144 м. Снова ныряем в учебник и узнаём, что лишь одна пирамида имеет подходящую высоту 143,5 м. Это вторая по высоте пирамида², и захоронен в ней был Хефрен (иногда говорят – Хафра). Между прочим, как раз его лицо имеет знаменитый Сфинкс.

Как видите, не следует сразу впадать в панику, встретив «бузинно-дядечную» задачу. Вполне вероятно, что решение есть. Но будьте внимательны: необходимая информация может быть искусно замаскирована, так что смотреть надо в оба! А для тренировки попробуйте решить такую задачу.

Задача 2. Витя и его младший брат Митя купили по книге. Затем каждый из них подсчитал сумму цифр номеров всех страниц своей книги и выяснил, что она равна году его рождения. Как зовут того из братьев, который учится в школе с математическим уклоном?

Обратите внимание: братья подсчитали не сумму номеров, а сумму цифр, из которых состоят номера!



²А первая по высоте – это знаменитая пирамида Хеопса (он же Хуфу) высотой 146,6 м.