



ВОЛЕЙБОЛ ОТ ПРОТИВНОГО

Попробуйте решить следующую старинную задачу в уме, не прибегая к бумаге и карандашу, и уложиться при этом в десять секунд (больше не требуется!!!):

В волейбольном турнире каждая команда встретила с каждой по одному разу. Оказалось, что ровно 95 % команд одержали хотя бы по одной победе. Сколько команд участвовало в турнире? (Примечание: в волейболе ничьих не бывает!).

Получилось? Поздравляем! А для тех, кто не справился, поясним, как надо было рассуждать. Задача лишь с виду кажется устрашающе сложной, а на самом деле проста, как волейбольный мяч. Если 95 % команд одержали хотя бы по одной победе, то остальные 5 % команд все игры проиграли (ничьи в волейболе невозможны). Но в турнире может быть лишь одна-единственная команда, проигравшая все игры! И в самом деле, допустим, что таких команд найдётся хотя бы две. Но как

тогда быть с их встречей между собой? Ведь какая-то из них просто *обязана* победить другую – и тогда у неё на счету появится хотя бы одна победа!

Таким образом, все игры проиграла ровно одна команда. Но если одна команда – это 5 % от общего их числа (то есть двадцатая часть), то всего команд было в 20 раз больше, а именно – 20. Окончательный ответ: в турнире участвовало 20 команд.

Здесь давайте ненадолго задержимся и подробнее рассмотрим использованный нами способ рассуждений, когда мы доказывали, что в турнире может быть только одна команда, проигравшая все игры. Его очень любят математики и называют методом «от противного». Схема рассуждений такова. Допустим, требуется доказать какое-то утверждение «У». Для этого мы сначала предполагаем, что оно *неверно*. Далее, отталкиваясь от нашего предположения, логическими рассуждениями получаем какое-либо противоречие...



Здесь вездливый читатель может спросить: как понимать слова «какое-либо противоречие»? Законный вопрос. Поясним: это может быть противоречие либо какому-то непреложному математическому факту (например, что $2 \times 2 = 4$), либо... нашему предположению или следствиям из него! Кстати, последнее бывает чаще всего (и, между прочим, в рассмотренной «волейбольной» задаче как раз такой случай имеет место).

Ну, а если получено противоречие, значит, наше предположение о неверности утверждения «У» само было неверно. Следовательно, никуда не денешься – утверждение «У» должно быть верным, что и требовалось доказать. Всё!

Применительно к задаче о турнире утверждение «У» формулируется так: «Не более чем одна команда может проиграть все игры». Мы предположили, что утверждение «У» неверно, то есть найдутся хотя бы две таких команды. Далее мы рассмотрели, что произойдёт при личной встрече этих двух команд

и пришли к противоречию – у одной из них должна быть победа! Значит, предположение о неверности утверждения «У» само по себе неверно, и действительно только одна команда могла проиграть все игры.

Уважаемые читатели! Никогда не забывайте о методе «от противного»! Он может выручить вас в самый, казалось бы, безвыходный момент. А чтобы проверить, насколько хорошо вы его уяснили, попробуйте с его помощью одолеть продолжение нашей волейбольной задачи. Итак, в нашем турнире участвовали те же 20 команд, и каждые две встретились по одному разу. Допустим, имелась всего одна волейбольная площадка, и потому игры проводились по очереди, согласно какому-то расписанию. Докажите, что в промежутке между любыми двумя играми всегда найдутся две команды, которые сыграли поровну игр (возможно, ни одной). Это совсем не очевидно, но, тем не менее, именно так!