ОДНИМ РАЗРЕЗОМ

Четверг – день особенный.

Во-первых, меня из школы забирает папа. Вместе мы идём кормить белок в парк. Ещё с вечера у нас заготовлен мешочек с фундуком и кедровыми орешками. Шустрые зверьки избирательны и осторожны схватят самый вкусный орех и убегут. Насладившись акробатическими этюдами белок, сделав еженедельный фотоотчет, мы, радостные, возвращаемся домой.

Во-вторых, каждый четверг мама печёт пирог в форме ромба с начинкой из сыра. Пирог такой ароматный. Я его просто обожаю!

В-третьих, у моего старшего брата Кости в этот день занятие в математическом кружке. После прогулки я с нетерпеньем жду его прихода, ведь он расскажет что-то новое и интересное.

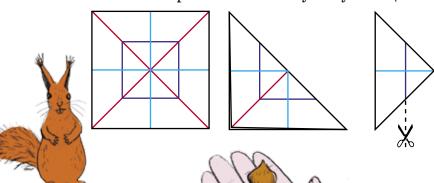
– Наташа, неси свои квадратные листочки и цветные карандаши, - с порога закричал Костя. - Ножницы у меня с собой, будем вырезать!

Примчавшись с папкой бумаги для оригами, я уселась за стол.

- Ты уже знаешь, начал рассказывать Костя, что многие фигуры симметричны относительно прямой. Если её провести, то все точки такой фигуры будут иметь соответствующие симметричные им точки относительно этой прямой, а прямую называют осью симметрии. Когда фигуру перегибают вдоль этой оси, половинки полностью совмещаются (каждая точка фигуры совмещается с симметричной ей точкой).
- Например, квадрат, причём у него четыре оси симметрии! - воскликнула я.

Костя взял листок бумаги, нарисовал в центре квадрат.

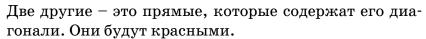
– Да! Две из них проходят через середины двух противоположных сторон. Я их отмечу голубым цветом.









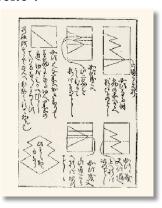


- Если согнуть сначала по одной красной линии, продолжал брат, а затем по другой, то мы получим треугольник, у которого две стороны равны, то есть равнобедренный. Отрежем одним разрезом «уголок» от этого треугольника (не задевая основание) и развернём. Что получилось?
- Рамка и квадрат, уверенно сказала я. А ещё, чем ближе к основанию делать разрез, тем больше квадрат будет.
- Точно! Оказывается, что любой многоугольник, нарисованный на бумаге, можно вырезать одним прямолинейным разрезом, если правильно сложить бумагу. Нам об этом сегодня на занятии рассказали. Представляешь, впервые о таком разрезании было написано в японской книге в XVIII веке¹.







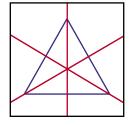




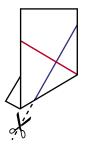
¹В 1721 году Кан Чу Сен опубликовал книгу, в которой содержалась статья о том, как одним прямолинейным разрезом вырезать многоугольник в форме японского геральдического знака. Страницы с формулировкой и решением представлены на рисунке.

Пока я внимательно разглядывала рисунки, которые Костя принёс с кружка, брат взял следующий листок.

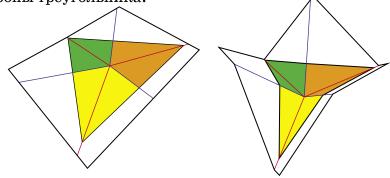
— Давай нарисуем равносторонний треугольник. У него три оси симметрии. Сначала сгибаем по одной, затем — по второй. Все стороны исходного треугольника теперь лежат на одной прямой. Сделаем прямолинейный разрез и разворачиваем.



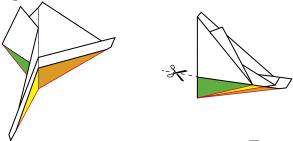




- Ух ты! А если треугольник произвольный?
- Любой угол имеет ось симметрии, которая проходит по его биссектрисе. Биссектриса делит угол на два равных угла. А этого нам и надо! В равностороннем треугольнике каждая ось симметрии это биссектриса угла при вершине.
- Будем проводить биссектрисы? робко спросила я и взяла транспортир.
- Молодец! Но биссектрис нам будет мало. Из точки их пересечения надо опустить перпендикуляры на стороны треугольника. ∧



Согнём лист бумаги «горкой» по перпендикулярам и «долиной» по биссектрисам. Вот, смотри! Перпендикуляры совместятся.



Положим нашу фигуру на плоскость. Тогда стороны окажутся на одной прямой. Одним движением делаем разрез — и вот наш треугольник!

- А почему так получается?
- Давай я закрашу прямоугольные треугольники, – продолжал деловито отвечать Костя. – Каждые два треугольника одного цвета равны, так как общая

сторона у них — гипотенуза, а углы, я их отметил на рисунке, при ней равны, ведь мы проводили биссектрисы. При наложении одноцветные треугольники совпадут, стороны



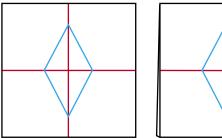


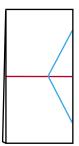


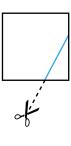
Видео можно посмотреть на сайте «Математические этюды»: http://www.etudes.ru/ru/ etudes/origami/

совместятся. Раз треугольники равны, то и синие перпендикуляры равны.

- Значит, у нас получатся три пары совместившихся треугольников?
- Да, причём после совмещения получатся прямоугольные треугольники, и у них у всех один катет будет одной и той же длины. Теперь можно перегнуть треугольники по их общему катету. При этом другие их катеты расположатся вдоль одной прямой - она выходит из конца общего катета перпендикулярно ему. И как раз содержит стороны исходного треугольника. И тогда мы сможем отрезать треугольник одним разрезом². Понятно?
- Да! Смотри-ка, я сейчас самостоятельно вырежу ромб: сложу по одной диагонали, а потом по другой.

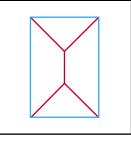


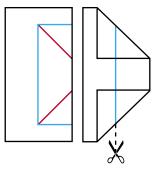




- Умница, Наташа. Попробуй сейчас вырезать прямоугольник, конечно, который не квадрат.
- Легко. У него две оси симметрии. Сгибаю по линиям и получаю снова прямоугольник, но в 4 раза меньше, чем был. Ой, Костя, что дальше делать?
- Разверни. Вспомни про биссектрисы. Проведи их из каждого угла сверху, они пересекутся, затем снизу повтори процедуру. Заметь, точки пересечения лежат на оси симметрии. Складываем сначала по линии, на которой лежат эти точки, а затем по биссектрисам. Теперь стороны прямоугольника лежат на одной прямой. Режь!









- Это похоже на волшебство!
- Предлагаю тебе такую задачку: сложить лист так, чтобы одним разрезом отрезать заданный параллелограмм. Кроме того, подумай, как сложить лист, чтобы одним прямолинейным разрезом вырезать правильный пятиугольник или правильный шестиугольник. А потом звёзды: четырёхугольную, пятиугольную и шестиугольную. Если всё понятно, то можно вырезать стрелку и первую букву твоего имени. А я пока домашнее задание буду делать.
 - А какое у тебя задание?
- Нарисовать шахматную доску 4×4 и сложить лист так, чтобы одним прямолинейным разрезом можно было вырезать все чёрные клетки.
- Ого! А мне хоть подскажи, ведь наверняка есть какой-то алгоритм решения.
- Нет ничего сложного, когда есть симметрия. Просто нужно чуть-чуть смекалки. На сегодняшний день математики изобрели несколько методов для произвольных многоугольников. Сейчас при решении мы использовали метод поиска «скелета»³. Смотри на вырезанный прямоугольник: красные линии образуют «скелет», который состоит из отрезков, лежащих на биссектрисах и оси симметрии. Иногда этого недостаточно и приходится ещё строить перпендикуляры к линии разреза, например, как в треугольнике. В любом случае, наличие биссектрис всех углов существенно упрощает задачу.

С энтузиазмом мы принялись за дело. Но с каждой минутой решать задачи было всё труднее и труднее. Нет, не подумайте, что задачи самые сложные. Я уверена, что вы их быстро решите сами. Просто в духовке готовился пирог. Он такой ароматный, что пахнет, наверное, даже в подъезде.

- Ребята! Мойте руки и бежим ужинать! Специальное блюдо для тех, кто увлечён математикой! прокричала мама из кухни.
- Ура! заорали мы в один голос с братом, как будто не догадывались о сюрпризе.
- C пирогом нам одним прямолинейным разрезом не обойтись, добавила я и улыбнулась.





³ Метод предложен канадскими учёными, мастерами и теоретиками оригами: Эриком Демейном, его отцом Мартином Демейном и Анной Любив. Подробнее о методах с примерами можно посмотреть на сайте: http://erikdemaine.org/foldcut/

