

Санкт-Петербургская олимпиада по математике проводится для школьников с 6 по 11 класс. Мы приводим несколько задач второго (городского) тура для 6 класса, прошедшего 7 февраля 2016 года.

Городская олимпиада – устная. Решив задачу, школьник рассказывает решение одному из членов жюри, который ищет ошибки и задаёт уточняющие вопросы. Отвечающий может исправлять и дополнять решение «на ходу», но если он не может сделать этого достаточно быстро, то засчитывается неверный подход. Всего участник может сделать три подхода по каждой задаче. При подведении итогов учитывается только количество задач, решённых каждым участником.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ II ТУРА (6 класс)

1. Числа 1, 2, 3, ..., 200 расставлены вдоль окружности в некотором порядке. Для каждого числа n среди 99 чисел, стоящих после него по часовой стрелке, и среди 99 чисел, стоящих до него, имеется поровну чисел, меньших n . Найдите, какое число стоит напротив числа 111.

Александр Голованов

2. Натуральное число можно представить как сумму 18 его делителей (не обязательно различных) и как сумму 19 его делителей (не обязательно различных). Докажите, что это число можно представить и как сумму 20 его делителей (не обязательно различных).

Владислав Франк



3. На полке в камере хранения стоят 10 чемоданов, занумерованных в некотором порядке числами от 1 до 10. Чемоданы имеют разную ширину и стоят не обязательно вплотную друг к другу и к краям полки. Кладовщик снимает с полки чемодан № 1, а затем ставит его обратно на полку в самое левое из возможных положений, не сдвигая другие чемоданы. Затем он берёт чемодан № 2 и ставит его в самое левое положение и так далее. После перестановки чемодана № 10 кладовщик снова переходит к чемодану № 1 и так далее. Докажите, что после 100 операций кладовщик будет ставить каждый чемодан на то место, откуда его только что взял. (Если очередной чемодан пришлось поставить на место, откуда его взяли, это всё равно засчитывается как выполненная операция.)

Александр Храбров

4. На острове Невезения мужчины по средам всегда говорят правду, а по четвергам всегда лгут, а женщины – наоборот. В среду каждый из них сказал: «У меня знакомых мужчин на 1 больше, чем знакомых женщин», а в четверг – «Среди незнакомых мне жителей острова мужчин на 1 больше, чем женщин». Могло ли на острове быть ровно 2015 жителей?

Андрей Солянин

5. Клетчатый квадрат 60×60 разбит на плиточки 2×5 . Докажите, что можно задать такое разбиение квадрата на прямоугольники 1×3 , что каждая плиточка 2×5 будет содержать целиком хотя бы один прямоугольник.

Ольга Иванова

