Игорь Акулич

Весы на весах

Существует превеликое множество задач, связанных с весами. Чаще всего в них требуется за определённое число взвешиваний выявить одну или несколько фальшивых монет среди какого-то количества имеющихся. Но порой приходится взвешивать и что-то иное: пилюли, конфеты, фрукты и так далее – всего не перечислить. Да и сами весы могут быть различными: чашечными либо пружинными, с гирями или без, а то и вообще неравноплечими.

В каком-то смысле тема весов всем слегка приелась, и само упоминание о них в условии нередко вызывает не очень радостные эмоции: ну вот, опять придётся выполнять занудный перебор. Поэтому довольно-таки свежим и нестандартным экземпляром стала следующая задача, предложенная ещё в 2002 году на летнем турнире «Математика 6 – 8» (авторы – В. Гуровиц, А. Чеботарёв и Т. Караваева):

У завхоза Васи было трое одинаковых чашечных весов. В одних потерялась часть деталей, и теперь они могут показывать что угодно. Любые весы помещаются на одну чашу других весов. За какое наименьшее количество взвешиваний можно определить неисправные весы?

Действительно, взвешивание *весов* на *весах* – сюжет, что и говорить, почти сюрреалистический. Но задача решается без особых проблем, если внимательно вчитаться в условие и сообразить, что поскольку в неисправных весах *потерялась часть деталей*, то неисправные весы стали *легче* исправных! А раз так, то можно успешно справиться с проблемой не более чем за два взвешивания. Вот как надо действовать.

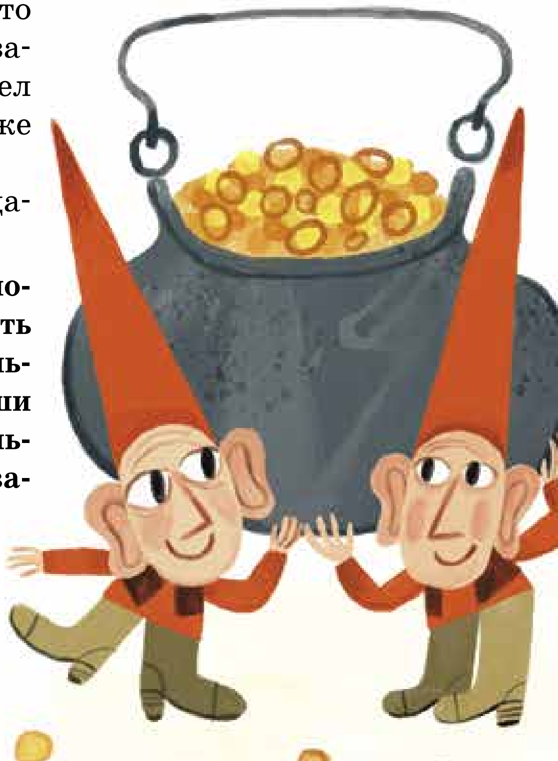
Обозначим весы буквами A, B и C. Сначала взвесим на весах A весы B и C. Если обнаружится равновесие, то весы A неисправные (в самом деле, если весы A исправные, то неисправны либо весы B, либо C, и равновесия быть не могло). Если же равновесия нет, то возможны два варианта: либо весы A всё-таки неисправные (и тогда и B, и C исправные), либо весы A исправные, и тогда весы, находящиеся на перевесившей чашке весов A (то есть B или C), тоже исправные. В любом случае мы определили одни заведомо исправные весы. Произведя уже на них второе взвешивание, распознаём неисправные весы.

А вот одного взвешивания может не хватить. В самом деле, как мы только что рассудили, если первое взвешивание показало неравенство, то неисправными могут оказаться как использованные для взвешивания весы, так и весы на чашке, которая не перевесила, так что определить неисправные весы не удастся.

Необычная фабула, видимо, произвела на членов жюри турнира настолько большое впечатление, что тогда, в 2002 году, при её обсуждении никто не задался вопросом: а если бы весов было больше – сумел бы тогда завхоз выделить неисправные весы за те же 2 взвешивания?

Что ж, лучше поздно, чем никогда – давайте зададимся таким вопросом сейчас. Итак:

Имеется N одинаковых чашечных весов. В одних потерялась часть деталей, и теперь они могут показывать что угодно. За каждое взвешивание можно произвольным образом выбрать одни весы, поместить на их чаши любое количество любых других весов и узнать результат. При каком наибольшем N можно за два взвешивания гарантированно определить неисправные весы?



Художник Ольга Демидова