

## КАК ТАРКАН КУЗЬКА ПРИМЕЧАЛ АСТРОНОМИЮ

– Когда эта книжка свалилась с полки, она чуть меня не зашибла! – Кузька показал на книжку «Астрономия для самых маленьких в картинках», до сих пор лежавшую на полу. – Но потом я понял – это же удача, это новые знания! И я прочитал эту книжку целиком. Знаешь, как это было трудно! Все страницы глянцевые, тяжеленные!

– Неужели тебя всерьёз увлекла астрономия? – удивилась Бусенька.

– Всерьёз или нет, я пока не знаю. Но знания точно лишними не бывают! К тому же астрономия уже здорово помогла мне в обычной жизни!

– Гадаешь по звёздам? – пошутила Бусенька.

– Нет! Не гадаю, а вычисляю! Ты же знаешь, нам, насекомым, с большим трудом даются арифметические вычисления. Для этого нужен большой мозг, а у нас и маленького-то почти нет – так... мозжечок! Так вот, с помощью звёзд я научился находить наибольший общий делитель двух чисел!

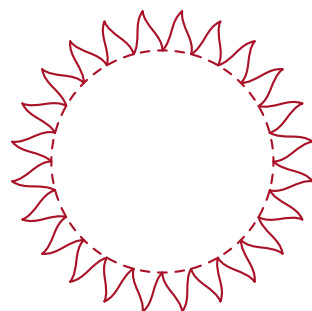
– С помощью звёзд? Научи меня! Давай вместе что-нибудь посчитаем, например, НОД(24,9).

– Запросто! Для таких вычислений я составил Звёздный Каталог. Подожди, – и Кузька, шмыгнув под холодильник, зашуршал оттуда какими-то бумажками. – Вот он!

С усилием Кузька выволок из-под холодильника большой лист бумаги, покрытый какими-то записями.

– Так, что тут у нас, 24? Смотрим... 24... – вот: 24 – это Бетельгейзе, страница 40. Помоги мне открыть книжку на сороковой странице.

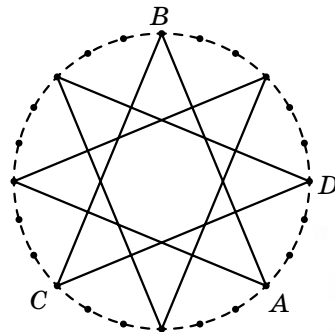
Бусенька подошла к «Астрономии для самых маленьких» и перевернула несколько страниц. На сороковой странице помещалась иллюстрация, изображавшая огромную красную звезду Бетельгейзе.



Бетельгейзе

– У Бетельгейзе ровно 24 лучика! Я сам посчитал! – гордо сказал Кузька. Он положил на звезду лист кальки и скопировал на него 24 точки – кончики лучей звезды. – Итак, у нас есть 24 точки, стоящие на окружности, и нам нужно вычислить наибольший общий делитель чисел 24 и 9, – объявил он. – Для этого мы воспользуемся истинно астрономическими методами: мы нарисуем ещё одну звезду! Будем соединять отрезками точки через 8: первую с десятой, потом 10-ю с 19-й, после 19-й опять отсчитаем 8 точек и соединим 19-ю с девятой по счёту, и так далее, пока звезда не вернётся в исходную точку!

– Вот что у нас получилось. Теперь нам нужно подсчитать число  $d$  – расстояние между соседними лучиками полученной звезды. Например, годятся лучики  $A$  и  $D$ , расстояние  $d$  между ними равно 3. Поэтому  $d=3$  – это наибольший общий делитель 24 и 9.



$$\text{НОД}(24,9)=3$$

– Как такое может быть? – воскликнула Бусенька. – Ну, ка посмотрим, посмотрим... Вся окружность разбита на одинаковые дуги длины  $d$ . Поэтому длина окружности (то есть наше первое число – 24) делится на  $d$ . С другой стороны, дуга  $AB$  (второе число – 9) тоже разбита на дуги длины  $d$ . Значит, второе число тоже делится на  $d$ . Получается, что  $d=3$  – это общий делитель чисел 24 и 9. А почему это наибольший общий делитель?

– Пусть  $x$  – это какой-то делитель чисел 24 и 9, – стал объяснять Кузька. – Мы можем построить дугу  $AD$  так: сначала отложим вдоль окружности одинаковые дуги  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  (длина каждой из них, а значит, и их суммарная длина, делится на  $x$ ). Получится дуга, проходящая по окружности чуть больше одного оборота. Потом «уберём» из неё этот самый «оборот», то есть вычтем длину окружности (она тоже делится





на  $x$ ). В результате останется как раз дуга  $AD$ , и её длина – это разность двух чисел, делящихся на  $x$ , то есть тоже делится на  $x$ . А самое большое  $x$ , на которое в принципе может делиться длина  $AD$  – это сама длина  $AD$ , то есть как раз наше число  $d$ .

– Потрясающе! Я тоже хочу что-нибудь подсчитать таким способом! Можно, я найду наибольший общий делитель 20 и 7?

– Можно, – сказал Кузька, и заглянув в каталог, сообщил: 20 – это Альдебаран, страница 35.

Бусенька быстро нашла на странице 35 Альдебаран – красивую оранжевую звезду с 20 лучиками.

Бусенька скопировала кончики лучей на кальку и стала рисовать на кальке звезду, соединяя точки через 6. Работа требовала сосредоточенности, но мозг при этом совершенно не напрягался.

– Готово! Получилась звезда, у которой в каждую из 20 точек приходит лучик.

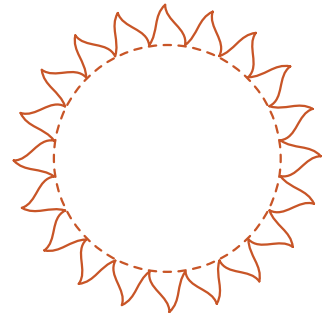
– Иными словами, расстояние между соседними лучиками равно 1, – подытожил Кузька. – Значит, наибольший общий делитель 20 и 7 равен 1.

– Фантастика! – восхитилась Бусенька. – А наименьшие общие кратные ты тоже умеешь считать?

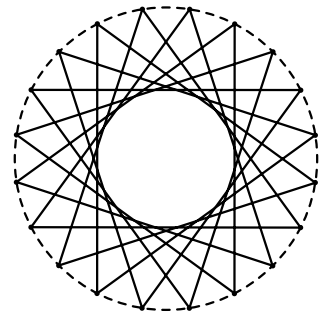
– В пределах разумной точности, – туманно ответил Кузька.

– Посчитай мне НОК(12,8). Как тут с точностью?

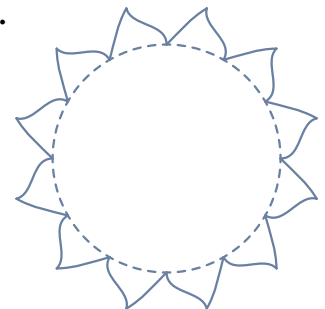
– Должно хватить. 12 – это Процион А, страница 47; 8 – это Арктур, страница 22. Чтобы посчитать НОК, удобнее всего скопировать обе звезды на один чертёж. Копируем.



Альдебаран

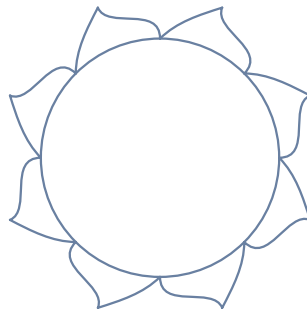


НОД(20,7)=1

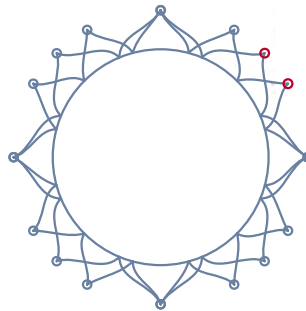


Процион А

Надо повернуть их так, чтобы у них был хотя бы один совпадающий лучик. А теперь следует выбрать два самых близких несовпадающих лучика. Здесь таких много. Например, подойдут вот эти два, в виде красных кружочков. Дальше начинается самое сложное. Мы должны нарисовать новую звезду, у которой между выбранными точками помещается как раз один лучик! Но нужно нарисовать всю звезду, а не только этот один лучик! Давай рисовать её вместе, главное – аккуратность и точность!



Арктур



Две звезды на одном чертеже

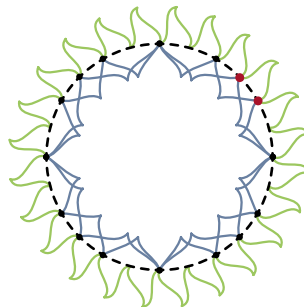
– Уф! Трудоемкое это дело – вычислять НОК, – вздохнула Бусенька. – Получилась звезда, у которой 24 лучика. Бетельгейзе?

– Неважно! Число лучиков – это ответ. Искомый НОК равен 24.

– А почему?

– Пусть окружность имеет длину в целое число сантиметров и разделена точками на единичные дужки. Если нам удалось вписать обе наши звезды в окружность так, что все концы лучиков попадают на точки, то длина окружности делится и на 8, и на 12. Так что найденное нами число является кратным чисел 8 и 12. С другой стороны, самая короткая дужка, получающаяся на картинке, тоже должна иметь целочисленную длину, и чем меньше эта длина – тем короче вся окружность. В нашем случае эта длина самая маленькая из всех возможных – она равна 1. Поэтому длина окружности – не просто кратное, а наименьшее общее кратное!

– Ай да Бетельгейзе! – воскликнула Бусенька.



$$\text{НОК}(12,8)=24$$