

Игорь Акулич

Куриная
ЭПОПЕЯ

Случилось это много лет назад. Один мой знакомый, хитро ухмыляясь, предложил неизвестную мне задачу, уже тогда имевшую солидный возраст.¹ Он утверждал, что «с ходу» я её не одолею – и оказался прав. При всей простоте формулировки никак не удавалось нащупать идею решения, что и привело к закономерному фиаско. Задача была такова.

На рынке купили курицу. Когда она снесла 10 яиц, её съели, а из яиц вывели цыплят. Тех из них, что оказались петухами, тоже съели, а каждой курице сначала позволили подрасти и снести по 10 яиц, после чего съели и этих кур. Из яиц вновь вывели цыплят и поступили с ними по тому же принципу: петухов съели, а курам перед съедением разрешили снести по 10 яиц. Из новых яиц опять вывели цыплят, и так далее...

Всё это продолжалось некоторое время, а потом случилось так, что из очередных яиц вывелись только петухи. Когда их съели, процесс завершился.

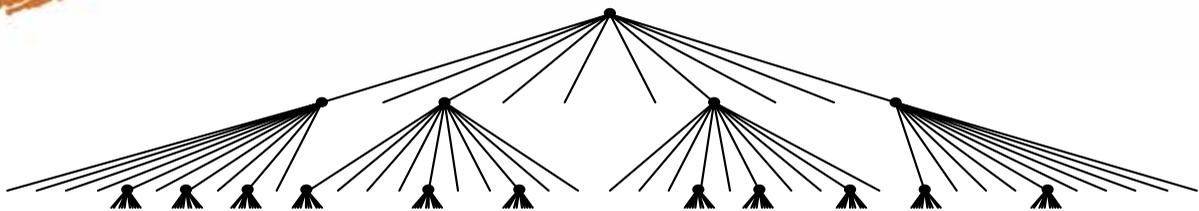
Всего было съедено 1000 петухов. Сколько съели кур?

Признав поражение, я попросил отсрочки до завтрашнего дня, и вечером занялся задачей в спокойной обстанов-

ке. Сначала попробовал, хотя бы примерно, изобразить куриное «генеалогическое древо» – и ужаснулся обилию возможных вариантов уже в первых поколениях. В самом деле, из десятка яиц, снесённых «исходной» (то есть купленной на рынке) курицей, могло вывестись от нуля до десяти кур (впрочем, нуль – это невозможно, ведь тогда на этом род куриный и оборвался бы, и откуда было бы взяться тысяче петухов?). Во втором поколении разброс вариантов ещё шире... в общем, мрак! Тем не менее, для очистки совести нарисовал некое «среднетипичное» начало описанного в задаче процесса, обозначив кур жирными точками, а переходы к следующим поколениям – отрезками, направленными веером вниз (при этом от каждой курицы опускается ровно 10 отрезков). Стало быть, отрезки, просто обрывающиеся, без продолжения – это те самые петухи, окончившие свой бранный путь в чужом желудке. Получилось примерно то, что нарисовано на схеме на с. 23.

Неужели искомое число съеденных кур (при неизменной тысяче петухов)

¹Автор задачи мне и по сей день неизвестен.



...и так далее...

не зависит от вида дерева? Ну-ка, возьмём какой-нибудь кусок дерева, начиная от любой курицы (и далее вниз), и «перцепим» его к любому свободному концу (не важно, в каком поколении). При этом мы как бы поменяем местами одного из петухов с какой-то курицей. В результате суммарное число и петухов, и кур не изменится, а дерево станет другим, но с соблюдением всех требований условия! Перцепим ещё раз – получим новое дерево с теми же «числовыми характеристиками».

Может быть, такими «перцепками» удастся получить какое-нибудь дерево попроще и подсчитать число кур в нём «напрямую»? Например, дерево, где в каждом поколении, кроме последнего, ровно одна курица. Для этого можно каждый раз выбирать произвольное поколение, где есть хотя бы две курицы, и любую из этих кур (вместе со всем идущим из неё куском) «перцеплять»... ну

конечно – в самый низ дерева (к любому свободному концу в самом нижнем поколении). Тогда число поколений после каждой «перцепки» будет увеличиваться. Но оно не может увеличиваться бесконечно – ведь мы просто переставляем куски в конечном дереве. Значит, процесс перцепок завершится – в тот момент, когда в каждом поколении, кроме начального и последнего, будет ровно одна курица и 9 петухов.

Что же получается? Даже ничего не рисуя, можно без особого труда определить, что суммарно во всех поколениях, кроме начального (исходной курицы) и последнего («десятипетухового»), вывелось $1000 - 10 = 990$ петухов, и потому таких поколений было $990 : 9 = 110$, а вместе с последним поколением получается $110 + 1 = 111$. Но каждое такое поколение «порождается» одной курицей, так что и кур было именно столько же, то есть 111 голов. Всё!



На следующий день я с гордостью выдал этот ответ своему знакомому.

– Правильно, – сказал он. – А как ты решал?

Я объяснил, предвкушая похвалу за хитроумное решение трудной задачи.

– Это слишком сложно, – огорошил он меня. – Решать надо по-другому. Подсчитаем двумя способами *число снесённых яиц*. Пусть всего было x кур. С одной стороны, каждая курица снесла по 10 яиц, а так как кур было x , то яиц было $10x$. С другой стороны, все куры, кроме самой первой (купленной на рынке), вылупились из яиц, снесённых этими же курами. Поэтому для «производства» кур потребовалось $x - 1$ яиц. Ну а все 1000 съеденных петухов тоже вылупились из яиц. Итого получается, что было снесено $(x - 1) + 1000 = x + 999$ яиц.

Вот мы и определили двумя способами количество снесённых яиц. Так как это одно и то же значение, то $10x = x + 999$. Отсюда $x = 111$, как и у тебя.

Мне пришлось признать, что так действительно получается наглядней и проще. Но кто же догадается до такого?

Через несколько дней я не удержался и предложил эту же задачу другому

своему знакомому, заранее надеясь пошутить над его неуклюжими потугами. И что же? Он ответил почти сразу, причём начал вроде бы точно так же:

– Пусть кур было x , – заявил он, но затем неожиданно сменил музыку. – Так как каждая курица «породила» 10 других птиц и 1000 из них были петухами, всего на свет появились из яиц $10x - 1000$ кур. Да ещё добавим первую курицу – её-то принесли «извне». Так что можно записать двумя способами количество кур, что даёт уравнение $x = 10x - 1000 + 1$. Поэтому $x = 111$.

Ага, подумал я, значит, можно было и кур считать! Тогда, может быть, есть шанс найти решение и «через петухов», подсчитав их двумя способами? Убедитесь самостоятельно, что и этот путь приводит к успеху.

Как говорится, что в лоб, что по лбу – задача допускает различные подходы к её решению. Ну а читателям предлагается поискать ответ на два вопроса:

1. Каков будет ответ в общем случае – если каждая курица снесла m яиц и всего было съедено n петухов?

2. А если в условии дано, сколько съели кур – можно ли однозначно определить, сколько съели петухов?

Ответы читайте в следующем номере