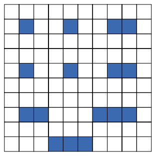
МОРСКОЙ БОЙ («Квантик» № 9)

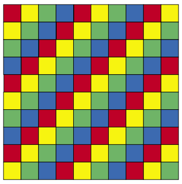
1. *Покажите, что на поле 10×10 не всегда можно расставить корабли для игры в «Морской бой» (корабли не могут соприкасаться даже углами), если сначала ставить однопалубные, затем двухпалубные и т.д.*

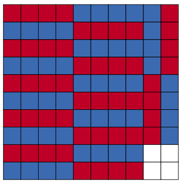


Решение. Например, если расставлять корабли так, как на рисунке, то место для последнего четырёхпалубного корабля не останется.

2. *Сколько выстрелов нужно сделать, чтобы наверняка ранить четырёхпалубный корабль?*

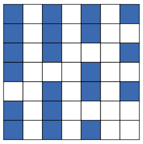
Решение. Рассмотрим диагональную раскраску доски в 4 цвета (см. рисунок слева).





Синих клеток 24 (меньше, чем клеток других цветов). Видно, что любой четырёхпалубный корабль обязательно заденет одну из синих клеток. Значит, сделав 24 выстрела в синие клетки, мы наверняка раним четырёхпалубный корабль. Меньше 24 выстрелов может не хватить: нужно сделать хотя бы один выстрел в каждый прямоугольник 1×4 на рисунке справа.

3. *Легко разместить комплект кораблей для игры в «Морской бой» на доске 10×10. А на какой наименьшей квадратной доске можно разместить этот комплект?*

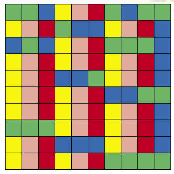


Решение. На доске 7×7 разместить комплект кораблей можно так, как показано на рисунке.

Покажем, что на доске 6×6 все корабли разместить нельзя. Разрежем доску на 9 квадратов 2×2. Каждый такой квадрат может содержать клетки только одного корабля. Значит, поместится не более 9 кораблей, а всего их 10.

4. *Петя и Вася сыграли несколько партий в игру «Морской бой». Хитрый Петя расставлял корабли в разных партиях по-разному так, что если бы Вася попал в одной из партий, он промахнулся бы в любой другой, сделав аналогичный выстрел. Какое наибольшее число партий они могли при этом сыграть?*

Решение. Каждый комплект кораблей занимает $4+2\times3+3\times2+4\times1=20$ клеток. Нарисуем все корабли из разных партий на одной доске 10×10. По условию, корабли не имеют общих клеток (но теперь корабли из разных партий могут соприкасаться). Всего клеток на доске 100. Поэтому Петя не мог сыграть более 5 партий. На рисунке показано, что Петя мог сыграть 5 партий: каждый комплект отмечен одним из 5 цветов.

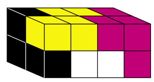


НАШ КОНКУРС («Квантик» № 9)

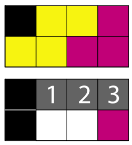
1. *Две гоночные машины – красная и зелёная – выехали из города А в город Б по одной и той же дороге, стартовав и финишировав одновременно. При этом зелёная машина ни разу не обгоняла красную. Могло ли быть так, что не менее 90% времени зелёная машина ехала быстрее красной?*

Ответ: да, возможно. Например, если зелёная машина едет всегда с одинаковой скоростью 100 км/ч, а красная первые 10% времени едет со скоростью 190 км/ч, а остальное время – 90 км/ч.

2. *Имеются 4 детали, каждая склеена из четырёх кубиков и окрашена в свой цвет. Из них сложили кирпич размером $2\times2\times4$ без дырок (см. рисунок). Как выглядит белая деталь?*



Ответ: белая деталь имеет ту же форму, что и жёлтая. Докажем это. Нам не видны три кубика. Чтобы увидеть их, разделим кирпич пополам (невидимые кубики отмечены цифрами 1, 2, 3). Мы видим 3 чёрных кубика и 2 белых, значит, один из невидимых кубиков чёрный, а два остальных – белые. Единственный кубик, который примыкает к чёрной детали, – это кубик 1, значит, именно он чёрный.



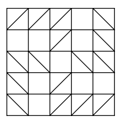
3. *Квантик по-разному расставлял скобки в выражении $a-b-c-d$, где a, b, c, d – некоторые числа (не обязательно целые). Могли ли в зависимости от расстановки скобок получиться и 1, и 2, и 3, и 4?*

Ответ: да, могли. Например, для чисел $a=3$, $b=0{,}5$, $c=1$ и $d=0{,}5$ получаем:

$3-0{,}5-1-0{,}5=1$; $\quad 3-0{,}5-(1-0{,}5)=2$;

$3-(0{,}5-1)-0{,}5=3$; $\quad 3-(0{,}5-1-0{,}5)=4$.

4. *На клетчатой бумаге нарисовали квадрат 5×5, разделённый на 25 квадратиков 1×1. Можно ли выбрать 16 квадратиков и провести в каждом одну диагональ так, чтобы никакие две диагонали не имели общего конца?*



Да, например, так, как на рисунке.

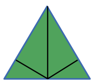
5. *Путешественник приехал в гостиницу утром, имея при себе 37 золотых монет. Хозяин объясняет ему правила: «Каждый вечер ты* *должен отдавать мне в уплату за прошедший день одну или больше монет, сколько захочешь. Но если за какой-то период (один или несколько подряд идущих дней) ты мне заплатишь ровно 7 монет, то больше оставаться нельзя». Удивился путешественник и стал прикидывать, какое наибольшее число дней он может провести в гостинице по таким правилам. Что это за число? Как может действовать путешественник? Почему нельзя прожить больше?*

Будем отмечать общее число отданных монет на каждую ночь. В ночь перед приездом это 0, потом – число монет, отданных в первый день, потом – число монет, отданных в первые два дня, и так далее. При этом не разрешается отмечать числа, отстоящие на 7 (кроме числа, записанного последним, ведь можно выехать сразу после оплаты). Так как первое отмеченное число 0, то отмеченных чисел будет на 1 больше, чем проведенных в гостинице дней.

Разобьём числа на 17 пар с разностью 7: 0–7, 1–8, 2–9, 3–10, 4–11, 5–12, 6–13, 14–21, 15–22, 16–23, 17–24, 18–25, 19–26, 20–27, 28–35, 29–36, 30–37. Кроме того, без пары остались 4 числа: 31, 32, 33, 34. В каждой паре может быть отмечено не более одного числа, значит, всего отмечено не более $17 + 4 = 21$ числа. Последнее число можно добавить любым, например, 37. Один из возможных вариантов: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 37, что соответствует уплате 1, 1, 1, 1, 1, 1, 8, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 8, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 3 монет в течение 21 дня.

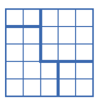
ФИГУРЫ РАЗМНОЖАЮТСЯ («Квантик» № 10)

1. *Разрежьте квадрат на 4 части и сложите из них два квадрата.*



2. *Разрежьте правильный треугольник на 4 части и сложите из них два правильных треугольника.*

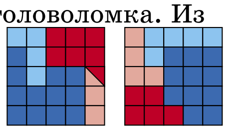
3. *Разрежьте квадрат на 4 части и сложите из них два квадрата разного размера.*



Заметим, что $5^2 = 4^2 + 3^2$. Нарисуем на квадрате линии, делящие его на 25 равных клеток, и проведём жирные разрезы, как показано на рисунке. Из полученных частей легко сложить два квадрата: 3×3 и 4×4.

4. *Разрежьте квадрат на 4 части, ни одна из которых не является прямоугольником, и сложите из них два квадрата разного размера.*

Это гораздо более сложная головоломка. Из розового и красного кусков легко сложить один квадрат, из синего и голубого – другой.



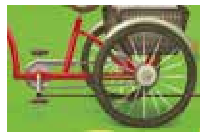
В КАКУЮ СТОРОНУ («Квантик» № 10)

1. *Человек сидит на верёвочной лестнице, прикреплённой к неподвижно зависшему воздушному шару. Куда будет двигаться воздушный шар – вверх или вниз, – если человек станет подниматься по лестнице?*

Человек, поднимаясь, будет отталкивать ногами лестницу вниз, и шар, привязанный к лестнице, будет опускаться. Расстояние, на которое шар снизится, будет во столько раз меньше расстояния, на которое человек сдвинется вверх, во сколько раз масса человека меньше массы шара.

2. *В реку полностью погружено колесо с лопастями и закреплено так, что может легко вращаться (ось колеса перпендикулярна течению). В какую сторону его закрутит течение – по часовой стрелке или против, – если река течёт слева направо?*

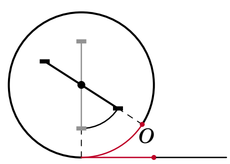
Лопасти будут вращаться по часовой стрелке, поскольку у поверхности реки течение более быстрое, чем у дна, и, значит, давление на верхние лопасти будет больше, чем на нижние.



3. *Велосипед стоит вертикально, не падая. Его педали жёстко скреплены друг с другом, одна находится в самом нижнем положении, а другая – в самом верхнем (как на рисунке). К нижней педали привязали шнурок и потянули назад. Куда поедет велосипед – вперёд или назад?*

Ясно, что сама педаль поедет назад (не будем это доказывать, но примем на веру). А велосипед?

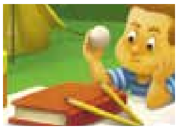
Разберём сначала случай, когда вместо велосипеда у нас одно колесо с педалями (как у акробатов). Поедем на нём вперёд. Кажется, что в начале движения «верхняя» педаль сдвинется вперёд, а «нижняя» – назад. Это так относительно центра колеса, но относительно земли обе педали сдвинутся вперёд! В самом деле, пусть колесо, касавшееся земли точкой O, немного повернулось, проехав вперёд некое расстояние (красный отрезок на рисунке). Дугу на ободе колеса, проехавшую при этом по земле, тоже отметим красным. Ясно, что её правый конец (новое положение точки O) находится левее стартового положения (так как дуга имеет ту же длину, что и отрезок, но загибается кверху), то есть O сдвинулась вперёд! Тем более, сдвинулась вперёд и нижняя педаль.



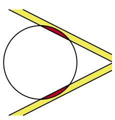
Аналогично, при езде назад обе педали движутся назад относительно земли. Так что если потянуть колесо за педаль назад, оно поедет назад.

Велосипед устроен сложнее. Но и там обе педали при езде вперёд обычно движутся вперёд. Вспомните: «перебирать ногами» при ходьбе нужно быстрее, чем крутя педали при езде с той же скоростью. То есть, когда вы едете на велосипеде, земля убегает под вами назад быстрее, чем педали; значит, обе педали движутся вперёд относительно земли. Поэтому, потянув в нашем опыте за педаль, вы сдвинете назад и её, и велосипед.

Но на горных велосипедах бывает передача для подъёма по крутым склонам: в ней надо «шевелить ногами» быстрее, чем при ходьбе. На такой передаче при движении велосипеда вперёд нижняя педаль какое-то время движется назад относительно земли, но недолго. Поэтому на такой передаче велосипед в нашем опыте немного сдвинется вперёд (пока задняя педаль может двигаться назад), после чего... остановится!



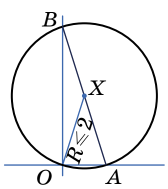
4. *На стол положили книгу и два карандаша: одним концом на стол, другим – на книгу, как на рисунке. На карандаши кладут лёгкий шарик так, чтобы он почти проваливался между ними. В какую сторону покатится шарик: к книге или от неё?*



Посмотрим на карандаши и шарик сверху (см. рис.). Места, где шарик касается карандашей, отмечены красным. Видно, что центр тяжести шарика расположен левее опор! Значит, шарик начнёт падать влево. Чем левее он сдвинется, тем больше будет зазор между карандашами, и тем правее на шарике окажутся точки касания его с карандашами. Значит, шарик продолжит двигаться к книге, при этом всё время снижаясь, пока полностью не провалится в щель.

КАК ВЫБРАТЬСЯ ИЗ ЛЕСА? («Квантик» № 10)

Пусть Вася оказался в некоторой точке X на расстоянии $R \leqslant 2$ км от перекрёстка (точка O на рисунке). Опишем окружность с центром X и радиусом R. Пусть Вася выберет любое направление, пройдёт туда 2 км, затем развернётся на 180° и пройдёт 4 км в обратном направлении. Тогда он обязательно пересечёт дугу AOB (докажите, что это ровно половина окружности) и выйдет из леса, пройдя не более 6 км.



РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Девочка, о которой идёт речь в задаче, ставит ударение в винительном падеже на тот же слог, на который оно падает в именительном: *вода́ – воду́*, но *ча́шка – ча́шку*. Значит, девочка говорит *но́жку*, *голову́* и *ша́пку*. **Ответ: (А).**

2. Глаголы *внять* и *внимать* требуют дательного падежа без предлога (*кому?*), так что варианты (Б), (В) и (Д) отпадают.

В предложении из условия задачи явно пропущен глагол совершенного вида в форме множественного числа прошедшего времени. Форма *внемли* могла бы представлять собой прошедшее время разве что от несуществующего (и никогда не существовавшего) глагола **внемть*. На самом деле *внемли* – устаревшая форма единственного числа повелительного наклонения глагола *внимать* (вспомним заключительную строфу пушкинского «Пророка»:

«Восстань, пророк, и виждь, и внемли,
Исполнись волею моей,
И, обходя моря и земли,
Глаголом жги сердца людей»).

А вот форма *вняли* – это действительно множественное число прошедшего времени от глагола совершенного вида *внять*. **Ответ: (Г).**

3. Полабский язык родствен русскому, а значит, мы можем ожидать, что и числительные в них будут похожи: *citěr*, по-видимому, значит «4», а числительные на *-nocti* соответствуют русским словам на *-надцать*. Числительное *visěmnocti* – это «18», а *disątnocti* прямого соответствия в русском языке не имеет: это что-то вроде *десятнадцать*, то есть, очевидно, «20». Таким образом, мы получаем уравнение $4x = 20$, а значит, пропущено числительное «5». Из ответов на эту роль лучше всего подходит *pąt*. **Ответ: (Г).**

Переводы остальных числительных из условия: *tåri* – «3», *sisdiśǫt* – «60». Такое обозначение двадцатки – исключительная редкость для десятичной системы счисления, так что полабский язык в этом смысле едва ли не уникален.

4. Заменив в перечисленных глаголах глухие согласные на парные им звонкие, мы получаем следующие последовательности букв: *гадал*, *занозил*, *губил*, *брызгал*, *здал*.

С глаголами *гадать*, *губить* и *брызгать* всё понятно. Глагол *занозить* употребляется реже, но тоже существует и означает «посадить занозу» (*пёсик занозил лапу*). Глагола же **здать* в русском языке нет: есть глагол *сдать* с приставкой *с-*. **Ответ: (Д).**