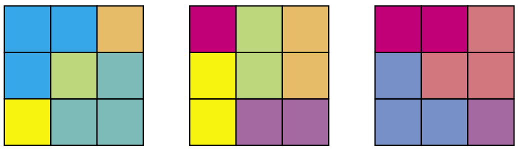
НАШ КОНКУРС («Квантик» № 12, 2016)

16. *Можно ли из одинаковых кирпичей-уголков, каждый из которых склеен из трёх кубиков $1\times1\times1$, сложить куб $3\times3\times3$?*

Да, можно – например так, как на рисунке. Мы разрезали куб на три плитки $3\times3\times1$. Каждые три клетки, занятые одним уголком, покрашены в один цвет.



17. *Ради равноправия полов учитель, когда ставит пятёрку девочке, ставит пятёрку и какому-нибудь мальчику. А когда ставит пятёрку мальчику, ставит пятёрку ещё какой-нибудь девочке. Также ради справедливости учитель хочет, чтобы к концу года у всех детей было поровну пятёрок. Получится ли у него этого добиться, если в классе 23 ребёнка и хотя бы одну пятёрку за год он всё-таки хочет поставить?*

Ответ: нет. Из-за стремления к равноправию учитель поставит мальчикам в сумме столько же пятёрок, сколько девочкам. Значит, чтобы у всех было поровну пятёрок, нужно, чтобы мальчиков и девочек было поровну. Поэтому в классе должно быть чётное число детей, а их 23.

18. *На каждой из 6 карточек написана цифра от 1 до 6 (каждая по одному разу). На листке написана «заготовка» арифметического выражения:*

$$(*+*)\cdot(*+*)\cdot(*+*).$$

Петя выбирает одну из звёздочек и кладёт на неё одну из карточек, затем то же самое делает Вася, затем снова Петя, и так далее по очереди. Вася хочет, чтобы, когда все карточки будут выложены, результат выражения равнялся 240. Сможет ли Петя ему помешать?

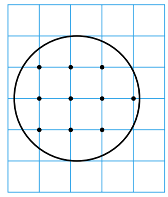
Ответ: нет. Заметим, что

$$240=(1+2)\cdot(3+5)\cdot(4+6).$$

Разобьём карточки на пары: 1 и 2, 3 и 5, 4 и 6. Как только Петя кладёт карточку, Вася кладёт в ту же скобку парную ей карточку. Так Вася получит три скобки с суммами 3, 8 и 10 в некотором порядке.

19. *Можно ли круглую монету диаметра 2 см положить на лист клетчатой бумаги (сторона клетки 0,5 см) так, чтобы она покрыла ровно 10 узлов сетки? (Узел, попавший на границу монеты, тоже считается покрытым.)*

Если положить монету центром в узел сетки, она покроет 9 узлов целиком, и ещё 4 узла попадут на границу монеты. Если теперь монету чуть подвинуть параллельно одной из линий сетки, то из 4 граничных узлов останется покрытым только один, а внутренние 9 узлов останутся покрытыми.

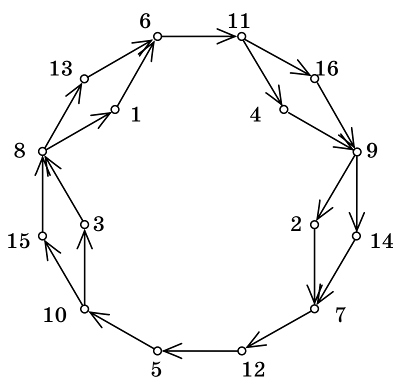


20. *В лифте 16-этажного дома работают только две кнопки. При нажатии на первую кнопку лифт поднимается на 5 этажей, а при нажатии на вторую опускается на 7 этажей (если это невозможно, лифт никуда не едет). Человек зашёл в лифт на первом этаже. На каком этаже он может оказаться после 99 переездов лифта? (Найдите все варианты и докажите, что других нет.)*

Ответ: на 2-м или на 14-м.

Докажем, что после 98 переездов человек окажется на 9-м этаже. Действительно, пусть он нажал x раз кнопку подъёма на 5 этажей и $98-x$ раз кнопку спуска на 7 этажей. Тогда он оказался на $1+5\cdot x-7\cdot(98-x)=12\cdot x-687$ этаже. При $x=58$ получаем $12x-687=9$, а другие значениях x невозможны: при меньших x этаж получается отрицательным, при бóльших – бóльшим 16. Поэтому после 99-го переезда человек окажется на 2-м или 14-м этаже.

Можно было построить схему всех возможных переездов (см. рисунок). Из неё, например, видно, что через каждые 12 переездов человек оказывается на 1-м или 13-м этаже.



ТУРНИР ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА

(«Квантик» № 1, 2017)

ФИЗИКА

1. *Хозяйке нужно положить в порцию блюда ровно 0,1 г жгучего перца (эта приправа – мелкий порошок). Её кухонные весы позволяют взвесить предмет тяжелее 10 г с точностью 1 г (более лёгкие – не взвешивают, механизм не срабатывает). Как ей отмерить нужное количество? Различная (другая) кухонная утварь у неё имеется.*

Конечно, **ровно** 0,1 грамма отмерить не получится, но можно это сделать с большой точностью, достаточной для нужд хозяйки. Также составители задачи имели в виду, что весы не хаотично показывают то меньше, то больше истинного веса, а округляют вес до ближайшего целого числа граммов (скажем, весы электронные, и на их табло есть возможность показывать только целое число граммов).

Для начала добьёмся ненулевых показаний весов, положив на них тарелку, блюдце или разделочную доску, куда затем будем насыпать перец.

Вес блюдца не меньше 30 грамм, поэтому мы точно попали в рабочий диапазон весов.

Начнём медленно насыпать перец на весы, пока их показания не изменятся (вырастут на 1 г). Затем будем медленно сыпать новую горку перца. Как только показания весов изменятся, мы можем быть уверены, что в этой горке 1 г перца – потому что мы добавили ровно такую массу, которая изменяет показания на 1 г.

Дальше задача сводится к делению 1 г перца на 10 равных частей. Простой способ, легко реализуемый в быту, заключается в формировании из этого грамма дорожки постоянной ширины и делении её на 10 частей по длине (например, с помощью линейки).

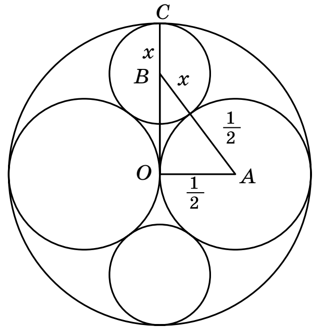
Если считать, что дорожка даёт большую погрешность, то можно воспользоваться соломинкой для коктейлей – её сечение можно считать постоянным. Засыплем перец в заткнутую с одной стороны соломинку, при помощи линейки разделим получившийся столбик на 10 равных частей и высыплем из трубочки одну часть. (Реальной хозяйке, конечно, такая точность не нужна).

Этот способ, разумеется, не единственно возможный. Можно придумать много других.

КОТЛЕТЫ «СЮРПРИЗ» («Квантик» № 1, 2017)

Ответ: $\frac{5}{9}$.

Чтобы найти, какую часть котлеты минимум составлял лёд, найдём максимальный возможный радиус ужаренной котлеты. Такая котлета должна касаться сковородки и нерастаявших котлет, как на рисунке.



Примем радиус сковороды за 1, её центр обозначим через O. Пусть A – центр замороженной котлеты, B и x – соответственно центр и радиус одной из ужаренных котлет, C – точка касания этой ужаренной котлеты со сковородой. Тогда $OB = 1 - x$ и $AB = x + \frac{1}{2}$. Так как картинка симметричная, то угол AOB прямой. По теореме Пифагора в треугольнике ABO

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = (1-x)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

Откуда $x = \frac{1}{3}$.

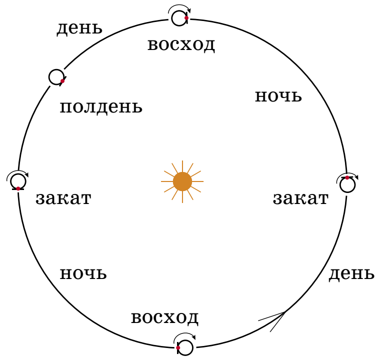
Получается, что радиус котлеты уменьшился в полтора раза. Так как площадь круга пропорциональна квадрату его радиуса, то площадь уменьшилась в $1{,}5^2$ раз. Значит, лёд составлял $1 - \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{5}{9}$ котлеты.

ВЕНЕРА

1. При взгляде в телескоп у Венеры хорошо виден диск, поэтому видны и фазы – как у Луны. И по той же причине: видно только её освещённую сторону. В восточной элонгации мы видим ровно полкруга «в виде буквы Р» (см. рис. 1 статьи), как Луна в первой четверти. Но в отличие от Луны, месяц Венеры в это время не растёт, а убывает: дальше Земля и Солнце окажутся по разные стороны от неё, и её серп станет очень узким.

2. Если бы год и звёздные сутки совпадали, день и ночь длились бы по четверти года – см. рисунок ниже. На самом деле солнечные сутки на

Венере длятся 116 земных суток, то есть больше полугода, но меньше половины звёздных суток.



3. Вращение (и годичное, и суточное) в одну сторону – следствие общего происхождения. Все планеты «слепились» из комков (планетезималей) в большом протопланетном облаке, которое всё в целом небыстро вращалось в одну (случайную) сторону, как суп в кастрюле, если его слегка помешать ложкой. Когда образовалось Солнце, всё облако уплотнилось (сжалось к центру) и, как фигурист, прижавший в «винте» руки к туловищу, стало вращаться быстрее; в физике это называется сохранением момента импульса. Отдельные комки тоже сжимались (и очень сильно), образуя планеты, и их вращение вокруг оси сильно ускорилось. Поэтому планеты крутятся вокруг оси быстро; Меркурий затормозился уже потом.

ПТИЧКА ВЫЛЕТАЕТ!

1. а) 4; б) 6; в) 9; г) 15.

2. 32.

УЗЛЫ, ЦЕПОЧКИ И МАТЕМАТИКА

1. –	2. –	3. –	4. +
5. –	6. +	7. –	8. –
9. +	10. +	11. –	12. +
13. –	14. +	15. –	16. +
17. –	18. +	19. +	20. +
21. +	22. +	23. +	24. +

СВЕТЛЯЧКИ

Таких способов действительно несколько. Первый – «перекрыть кислород». Поскольку реакция окисления не идёт без окислителя, достаточно уменьшить поступление воздуха к светящемуся органу. Светляки просто сжимают трахеи – тонкие трубочки, проводящие воздух к каждому органу внутри тела. Некоторые глубоководные рыбы сжимают кровеносные сосуды, снижая поступление кислорода в светящиеся органы (фотофоры).

Другие глубоководные рыбы пользуются вторым способом – «шторкой». Их фотофоры находятся в ямках на теле, и рыба может просто сужать отверстие этих углублений, перекрывая путь свету – а внутри всё так же продолжает идти реакция.

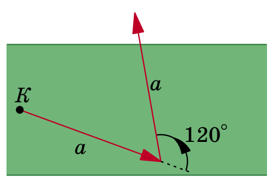
Есть и третий способ. У некоторых рыб светится слизь, покрывающая кожу. Содержащиеся в ней люциферин и люцифераза выделяются двумя разными типами желёз. Только встретившись вместе, уже на поверхности, оба компонента начинают реакцию, выделяя свет. Соответственно, меняя скорость выделения двух видов слизи, рыбы могут регулировать интенсивность её свечения.

ДАРВИН, ТОЛСТОЙ, ШВАРЦ

Придумана история с Дарвином. Фраза «Человек – мартышкин труд эволюции» не могла быть основным тезисом его научного труда. Во-первых, человек произошёл от человекообразных обезьян, а мартышка к ним не относится. И, во-вторых, выражение «мартышкин труд» имеет ироническое значение, фактически означающее бесполезный труд. Кроме того, Дарвин не получал звания сэра.

КАК ВЫЙТИ ИЗ ЛЕСОПОЛОСЫ?

Пусть Квантик идёт прямо a км, затем поворачивает на 120° и идёт ещё a км (см. рисунок). Траектория движения Квантика – две стороны правильного треугольника. Ясно, что если высота этого правильного треугольника равна 2 км, то Квантик обязательно выйдет из лесополосы шириной 2 км. При этом $a = \frac{4}{\sqrt{3}}$ и Квантик пройдёт $2a = \frac{8}{\sqrt{3}} < 5$ км.



ПОПРАВКА

В «Квантике» №1 за 2017 год в рисунке к решению задачи 14 «Нашего конкурса» была допущена опечатка. Приносим свои извинения и приводим верный рисунок.