

# ПОВОРОТ КВАДРАТА

В прошлом номере мы разрезали квадрат на две равные части. Придумать разные способы это сделать нам помогла симметричность квадрата относительно центра.

У квадрата есть другое похожее свойство: если его повернуть вокруг центра на  $90^\circ$ , то он будет расположен точно так же, как сначала. Если назвать вершины, как на рисунке, то при таком повороте вершина  $A$  перейдёт в вершину  $B$ , вершина  $B$  – в вершину  $C$ ,  $C$  – в  $D$ , а  $D$  – в  $A$ . Говорят, что при таком повороте квадрат переходит в себя (рис. 1).

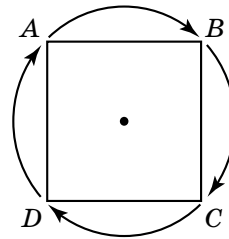


Рис.1

Это свойство поможет нам придумать разные способы разрезать квадрат на 4 равные части.

Проведём от центра к границе квадрата какую-нибудь линию. Представим, что мы провели её краской на квадрате, вырезанном из картона (рис. 2). Нарисуем в тетради квадрат такого же размера. Когда мы приложим картонный квадрат к квадрату, нарисованному в тетради, линия отпечатается (рис. 3). Если совместить квадраты по-другому (повернув картонный квадрат на  $90^\circ$ ), линия снова отпечатается, но в другом месте (рис. 4). Прикладывая квадрат всеми четырьмя способами, мы получим на листе четыре одинаковые линии (рис. 5, справа).

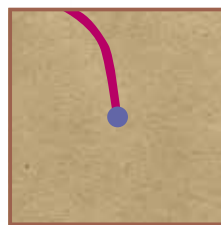


Рис. 2

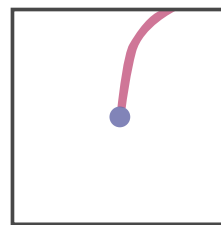


Рис. 3

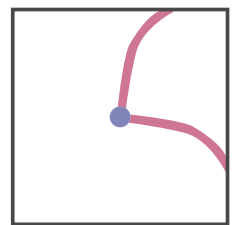


Рис. 4



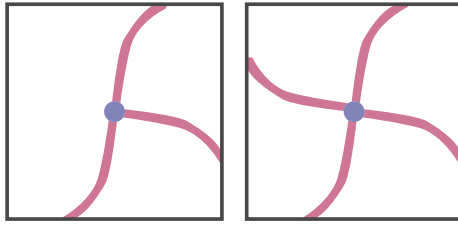


Рис. 5

Эти линии делят квадрат на четыре части. При повороте квадрата на  $90^\circ$  вокруг центра он переходит в себя. А каждая линия переходит в соседнюю линию. Значит, и каждая из частей, ограниченных этими линиями, переходит в соседнюю (рис. 6). Поэтому эти части равны!

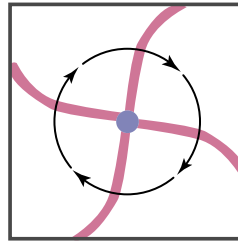


Рис. 6

Покажем теперь, как с помощью поворота квадрата можно решить задачу, предлагавшуюся в сентябре 2016 года на Турнире Ломоносова. Нужно было разрезать «заборчик», изображённый на рисунке 7, на две равные части.

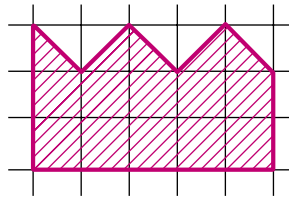


Рис. 7

Заметим, что из двух одинаковых «заборчиков» можно сложить квадрат (рис. 8).

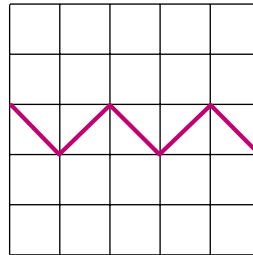


Рис. 8

Граница «заборчиков» симметрична относительно центра квадрата. Иными словами, если половинку этой границы повернуть на  $180^\circ$ , она перейдёт в другую половинку (рис. 9). А если эту половинку повернуть на  $90^\circ$ , то четыре получившиеся линии будут разбивать квадрат на четыре равные части (рис. 10). Вот и решение задачи (рис. 11)!

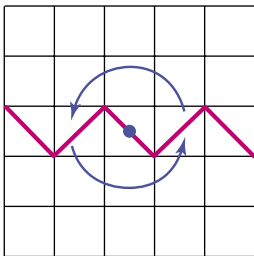


Рис. 9

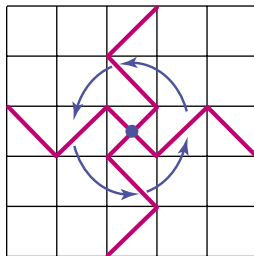


Рис. 10

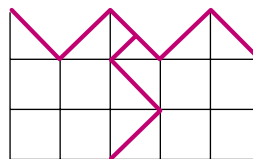


Рис. 11



Следующие задачи попробуйте решить самостоятельно.

1. Сложите квадрат из четырёх таких же фигур, как на рисунке 12.

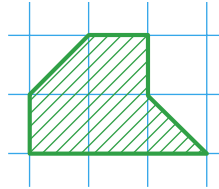


Рис.12

2. Разрежьте каждую из двух фигур на рисунках 13 и 14 на две равные части.

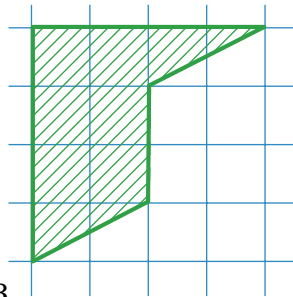


Рис. 13

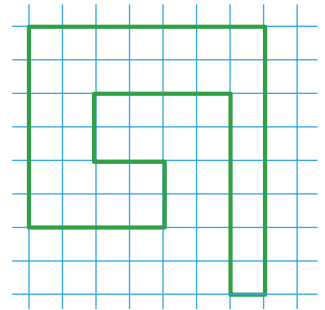


Рис. 14

3. Из трёхклеточного уголка вырезали равносторонний треугольник и приклеили его к другой стороне уголка (рис. 15). Разрежьте получившуюся фигуру на три равные части.

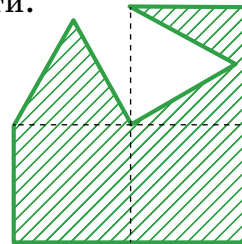


Рис. 15

4. Разрежьте шахматную доску на четыре равные части так, чтобы поля a1, b2, c3, d4 были в разных частях.

5 (Сергей Маркелов, XXX Турнир городов). Существует ли выпуклый многоугольник, который можно разделить отрезком на две равные части так, что этот отрезок разделит одну из сторон многоугольника пополам, а другую – в отношении 1:2?

6. Можно ли квадрат разрезать на четыре равные части так, чтобы части не переходили друг в друга при повороте квадрата вокруг центра?