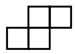
НАШ КОНКУРС («Квантик» № 7, 2017)

51. *Известно, что в некотором **84 году количество сред равнялось количеству пятниц. Верно ли, что при этом и число четвергов такое же?*

Ответ: да. Заметим, что **84 год високосный, так что в нём помещаются 52 полные недели и ещё два дня. Таким образом, пять дней недели повторяются одинаковое число раз, а два соседних дня (воскресенье и понедельник также считая соседними) – на один раз больше. Значит, среда и пятница входят в эти пять дней недели, а с ними и четверг.

52. *Какое наименьшее количество клеток надо отметить на доске 9×9 так, чтобы среди любых четырёх клеток, образующих фигуру на рисунке, была хотя бы одна отмеченная клетка? (Фигуру можно поворачивать и переворачивать.)*



Ответ: 16. Отметим клетки как на рисунке 1. Легко убедиться, что любая фигура, расположенная на доске, будет накрывать ровно одну отмеченную клетку. Значит, 16 клеток достаточно. Чтобы доказать, что меньшего количества не хватит, разместим на доске 16 непересекающихся фигур (рис.2). Каждая из них должна содержать хотя бы одну отмеченную клетку, значит, отмеченных клеток не меньше 16.

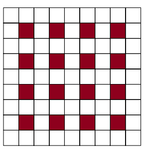


Рис. 1

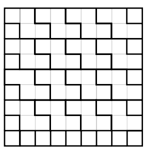


Рис. 2

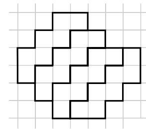
53. *В стране лжецов и рыцарей (рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут) десяти жителям выдали различные числа от 1 до 10. Потом каждого спросили: «Делится ли ваше число на 2?». Утвердительный ответ дали 3 человека. На вопрос «Делится ли ваше число на 4?» утвердительный ответ дали 6 человек. На вопрос «Делится ли ваше число на 5?» утвердительно ответили 2 человека. Сколько было лжецов и какие у них были числа?*

Ответ: 4 лжеца, их числа – 2, 5, 6 и 10.

Посмотрим, кто мог дать разные ответы на вопросы «Делится ли ваше число на 2?» и «Делится ли ваше число на 4?». Это жители с числами, делящимися на 2 и не делящимися на 4, то есть 2, 6, 10. Однако на вопрос о делимости на 4 ответило на 3 жителя больше. Значит, все трое с числами 2, 6, 10 – лжецы.

Итак, на вопрос «Делится ли ваше число на 5?» ответили «Да» лжецы с числами 2 и 6, все остальные ответили «Нет». Значит, есть ещё лжец с числом 5, остальные – рыцари.

54. *Разрежьте бумажную клетчатую фигуру на рисунке по линиям сетки на несколько одинаковых, каждая из которых состоит более чем из одной клетки.*



Нужное разрезание приведено на рисунке.

55. *Найдите наибольшее целое число с таким свойством: все его цифры различны, и у числа, в 8 раз большего, тоже все цифры различны.*

Ответ: 1234567890. Будем искать не само число, а в восемь раз большее (оно тоже должно быть максимально возможным). Самое большое число с различными цифрами – 9876543210, но оно не делится на 8. Следующие по убыванию числа с различными цифрами – 9876543201 и 9876543120. Первое тоже не делится на 8, а второе делится и даёт при делении число 1234567890, которое и будет ответом в задаче.

АРАБСКИЕ МОНЕТЫ («Квантик» № 8, 2017)

Монеты довольно разнообразны, но, присмотревшись, можно увидеть иногда годы, записанные европейскими цифрами, а иногда – похожие по стилю и частично совпадающие группы из четырёх арабских знаков. Выпишем их.

(1) 1974 – 1394; (2) ١٩٧٣ – ١٣٩٣; (3) ١٩٨٠ – ١٤٠٠;
(4) 1974 – ١٣٩٤ (на разных сторонах);
(5) ١٩٦٧ – ١٣٨٧.

Из первой монеты ясно, что разница в летоисчислении составляет 580 лет. Таким образом, мы сразу можем ответить на второй вопрос: Мухаммед переселился в Медину в 580 году христианской эры (на самом деле, этот ответ не вполне правильный, но мы уточним его в следующих задачах).

Из сопоставления первой и четвёртой монет мы сразу понимаем, что ١٣٩٤=1394. Чтобы отождествить цифры, надо понять, в каком направлении записываются арабские даты. Все они совпадают в первой цифре, и большинство – во второй. Стало быть, это, скорее всего, тысячи и сотни, и, тем самым, направление такое же, как и в европейских датах. Теперь мы знаем четыре цифры: ١ = 1, ٣ = 3, ٩ = 9, ٤ = 4. Дальше можно действовать по-разному, например так. Дата второй монеты 1393 хиджры, стало быть, 1973 год христианской эры, откуда ٧ =7. Теперь смотрим на третью монету: 19٨٠ – 14٠٠; получаем, что ٨ + 2 = 10 + ٠. Стало быть, ٠ = 0 и ٨ = 8. Наконец, глядя на десятки пятой монеты, заключаем, что ٦ + 2 = ٨, и ٦ = 6.Теперь мы можем полностью ответить на первый вопрос:

(1) 1974 – 1394; (2) 1973 – 1393;
(3) 1980 – 1400; (4) 1974 – 1394; (5) 1967 – 1387.

Теперь попробуем ответить на третий вопрос: (1) 5 чего-то; (2) ٥ чего-то; (3) ٢ чего-то;
(4) 10=١٠ чего-то; (5) ١٠ =10 чего-то.

Мы не знаем, как правильно, ٥=2, ٢=5 или, наоборот, ٢=2, ٥=5 (все остальные цифры мы уже знаем). Но посмотрим на два варианта рядов цифр, от 0 до 9, соответствующих этим двум гипотезам: ٠١٥٣٢٤٦٧٨٩ и ٠١٢٣٤٥٦٧٨٩.

Второй ряд кажется более естественным (посмотрим на начало: 1-2-3 = ١٢٣), стало быть, вторая монета – это «2 чего-то», а третья – «5 чего-то». Видно, кстати, что, хотя мы привычно называем наши цифры «арабскими», лишь немногие из них прямо восходят к арабским прототипам.

Наконец, ответим на четвёртый вопрос – вот что это за монеты: (1) Марокко, 5 сантимов; (2) Египет, 5 мильемов; (3) Египет, 2 пиастра; (4) Мавритания, 10 ouguiya (أوقيّة); (5) Египет, 10 пиастров.

СЛОМАННАЯ ТЕНЬ («Квантик» № 8, 2017)

Посмотрим, чем освещены разные части китайской палочки. Например, края палочки освещены всем диском Солнца, а её середина находится полностью в тени. То есть, с точки зрения середины палочки, диск Солнца полностью загорожен веткой. Значит, части палочки по бокам от её середины освещены Солнцем, частично загороженным веткой. При этом с одной стороны палочка освещена только левым краем диска, выглядывающим из-за ветки (если считать ветку расположенной вертикально), а с другой – правым (рис.1, *а* и *б*). Поэтому тень палочки по разные стороны от середины смещена в противоположных направлениях, каждый раз в сторону тени от ветки (рис. 2, буквами *а* и *б* отмечены срезы палочки, освещённые левым и правым краями диска). Так возникает слом тени.

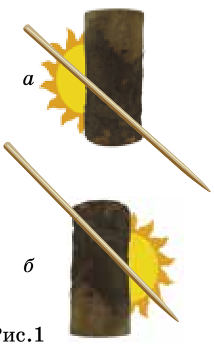


Рис.1

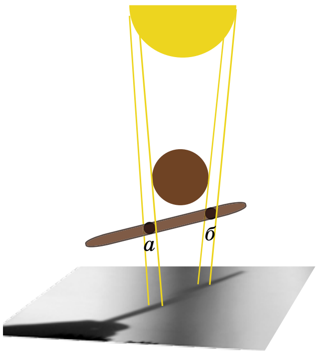


Рис. 2

Можете проверить, что ничего подобного не происходит при освещении точечным источником, например светодиодным фонариком.

УРАН И НЕПТУН

Конечно, нет! Ведь объём сферического слоя зависит не только от его толщины, но и от радиуса – например, на большой воздушный шар нужно больше резины, даже если толщина шарика одна и та же. (По той же причине, например, на большую коробку потратится больше картона, чем на маленькую коробочку из картона той же толщины.) Можно сравнить объёмы атмосферы и ядра: объём шара пропорционален его радиусу в кубе. Значит, объём ядра равен $(1/5)^3 = 1/125$ от объёма планеты, а объём атмосферы $1 - (4/5)^3 = (125 - 64)/125 \approx 1/2$ объёма планеты, примерно в 60 раз больше. Если массы равны, то плотность атмосферы во столько же раз меньше.

КАКАЯ ЧУДНАЯ ИГРА

На всякий случай повторим беспроигрышную (на первый взгляд) стратегию Васи. Он мысленно разбивает числа на карточках на три пары: (1 и 2), (3 и 5), (4 и 6). После того как Петя помещает одно из чисел вместо звёздочки в каких-либо из скобок, Вася покрывает парным к нему числом вторую звёздочку в тех же скобках. В результате полученное значение оказывается равным $(1+2)\cdot(3+5)\cdot(4+6)=240$ (и хотя внешне оно может выглядеть иначе, от перестановки слагаемых в скобках и самих сомножителей-скобок результат не меняется). Так что Петя вроде бы обречён на поражение.

Но Петя заметил, что в условии требуется не писать числа от 1 до 6 взамен звёздочек, а закрывать звёздочки карточками. Вася не назвал ему значения цифр на карточках и не предупредил, что карточки переворачивать нельзя, потому Петя имеет полное право считать, что на последней карточке изображена не шестёрка, а девятка. И выложив её, он не даст образовать произведение 240. Отсюда и Петина самоуверенность, и великодушное разрешение Васе запретить ему (Пете) ходить с трёх любых карточек. Вася, помнится, запретил единицу, двойку и тройку.

Это позволяет определить 1-й ход Пети. Если бы Петя пошёл с четвёрки, то Вася тут же поставил бы на парную звёздочку шестёрку – и положение Пети безнадёжно. А если бы Петя пошёл с той самой шестёрки, перевернув её и обратив в девятку? Тогда у Васи был бы замечательный контрход: перевернуть само игровое поле (или обойти его с другой стороны) и положить на парную звёздочку четвёрку! Здесь вступает в действие изложенное Васей правило: «...выкладываем карточки, чтобы в итоге получилось арифметическое выражение – произведение трёх сумм». После того как выложена первая же карточка с цифрой, не являющейся шестёркой, сразу становится ясно, где верх, где низ, и дальше ничего перевернуть нельзя. В результате Вася победит.

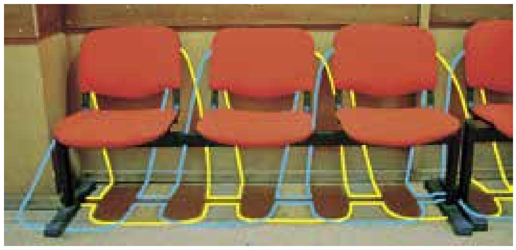
Таким образом, первый ход Пети однозначен: он положил пятёрку. Вася, не подозревая будущего коварства соперника, согласно своей стратегии выложил на вторую звёздочку в той же скобке тройку. Дальше (в соответствии с диалогом – см. выше) ещё по одному ходу сделали без эксцессов: Петя положил единицу либо двойку, а Вася – двойку либо единицу.

Пока для Васи всё складывается успешно, и он предвкушает победу (и мороженое). Но здесь – гром среди ясного неба: Петя выставляет перевёрнутую шестёрку. И для Васи это крах. Он покрывает последнюю звёздочку четвёркой (а что ещё делать-то?), в результате чего полученное выражение оказывается равным $(1+2)\cdot(3+5)\cdot(4+9)=312$. Петя победил.

ТЕНИ ОТ СТУЛЬЕВ

Приведём фото, которое послужило прообразом задачи-картинки:

Тень от каждого сиденья должна быть шириной примерно с само сиденье (по крайней мере, не у́же). Имея это в виду, легко увидеть настоящие тени от сидений (обведены голубым и жёлтым на следующем фото): стулья, как видно, освещались одновременно с двух сторон и отбрасывали по две тени (на фото даже видно, что они немного разного цвета). А то, что мы сначала приняли за тени, – это их пересечения.



РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Как известно всем любителям классической музыки, тетралогия выдающегося немецкого композитора Рихарда Вагнера (1813–1883) «Кольцо Нибелунга» состоит из четырёх опер: «Золото Рейна», «Валькирия», «Зигфрид» и «Гибель богов». Однако для решения задачи этого знать не нужно, достаточно лишь вдуматься в значение слова *тетралогия*. Понять, что оно значит, можно, вспомнив известный из курса стереометрии термин *тетраэдр* (четырёхгранник) и слово *трилогия* («цикл, состоящий из трёх частей»). Таким образом, тетралогия – это цикл, состоящий из четырёх частей. **Ответ:** (В).

Греческий корень *тетра-* «четыре» – дальний родственник русского числительного *четыре*.

2. В русском языке есть глаголы *выменять* и *выманить*; *выменять* означает «получить в обмен на что-то другое», а *выманить* – «обманом заставить отдать что-то». Определить, в каком порядке идут эти глаголы в реплике героя повести, позволяет оборот *правду сказать*: так говорят, признаваясь в не очень хорошем поступке (в данном случае – в обмане). **Ответ:** (Д).

3. Русский перевод стихотворения написан шестистопным ямбом; чтение числа 1618 должно укладываться в 8 слогов. В вариантах (А) и (Б) содержится на один слог больше. Варианты (В) и (Г) подходят по количеству слогов, но не соответствуют схеме ударения: сочетание *тыща шестьсот* содержит ударения на первом и четвёртом слоге, а не на первом и третьем. И только вариант *тысяча шестьсот осьмнадцать* подходит и по количеству слогов, и по ритму. *Осьмнадцать* – устаревший вариант названия числа 18. **Ответ:** (Д).

4. Глаголы *молоть*, *пороть* и *нести* образуют устойчивые сочетания с существительными *чепуха*, *чушь*, *ерунда* и их синонимами. Среди вариантов ответа тем же свойством обладает только глагол *городить*: *Прекрати городить чепуху!* **Ответ:** (В).