КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, III тур («Квантик» № 7, 2017)

11. *В русском языке много глаголов, содержащих одновременно мягкий и твёрдый знак: подъехать, съесть, объяснить и т.д. Приведите пример существительного, содержащего одновременно мягкий и твёрдый знак. Постарайтесь, чтобы это существительное было как можно более коротким.*

Самые короткие существительные, в которых пишется одновременно и мягкий, и твёрдый знак, состоят из 7 букв. Это слова ***объедья*** и ***объятье***. Правда, оба они не совсем «настоящие»: *объедья* (то же, что «объедки») – диалектное, *объятье* – вариант более распространённого *объятие*. Более же бесспорные примеры гораздо длиннее (10–11 букв): ***объёмность***, ***въедливость***, ***фельдъегерь*** и другие.

12. *Македонский язык – один из южнославянских языков. Какая часть тела по-македонски называется умник?*

Конечно, названия таких важнейших частей тела, как голова и мозг, в македонском языке имеют те же корни, что и в русском: *глава* и *мозок*. А *умник* по-македонски – **зуб мудрости**.

13. *Какие два (не однокоренных) глагола, один со значением «удивить, поразить», другой – со значением «удивиться, поразиться» возникли из-за того, что многим жителям древней Руси приходилось постоянно принимать участие в военных походах и битвах?*

Эти глаголы – ***ошеломить*** и ***опешить***. Глагол *ошеломити* первоначально означал что-то вроде «оглушить ударом по шелому» (*шелом* – исконно русский аналог слова *шлем*, заимствованного из церковнославянского языка). Нынешний глагол *опешить* «растеряться от изумления» возник в результате «скрещения» двух древнерусских глаголов – *опѣшити* «сбить с коня, сделать пешим» и *опѣшати* «лишиться коня, стать пешим».

14. *Сколько согласных букв русского алфавита можно составить из двух палочек произвольной длины? Перечислите их.*

Таких согласных букв – **четыре** (Г, Л, Т, Х) или **пять** (если добавить ещё С; шрифты, в которых С изображается «уголком», существуют).

15. *Марина писала сообщение на телефоне. Когда она написала очередное слово, телефон в качестве возможного продолжения предложил ей два варианта: «... вечность» и «... тебя». Какое слово написала Марина?*

Судя по предложенному телефоном слову «тебя», Марина написала что-то вроде «прошу», «жду», «обнимаю»... Но при чём тут «вечность»? Дело в том, что у одного из глаголов, часто встречающихся со словом «тебя» (***целу́ю***), есть омограф с другим ударением – прилагательное женского рода, часто встречающееся со словом «вечность» (***це́лую***). Различать омографы современные чудеса техники (пока?) не умеют, вот телефон на всякий случай и предложил девушке два варианта.

НАШ КОНКУРС («Квантик» № 8, 2017)

56. *Когда угол между часовой и минутной стрелками больше: в пять минут двенадцатого или в десять минут первого?*

Ответ: В 11:05. Если бы в 11:05 часовая стрелка указывала на 11, а в 12:10 – на 12, то угол между стрелками был бы один и тот же. Но за 5 минут часовая стрелка успела пройти меньше, чем за 10 минут, поэтому в 11:05 угол больше.

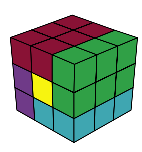
57. *В многодетной семье у каждого ребёнка спросили: «Сколько у тебя братьев?» Каждый из детей назвал одно натуральное число, а сумма всех названных чисел оказалась равна 35. Сколько детей в семье, если все дети ответили правильно?*

Ответ: 8. Пусть мальчиков m, а девочек – d. Тогда каждый мальчик ответил $m-1$, а девочка – m. Сумма названных чисел равна $m\cdot(m-1)+$ $+d\cdot m=m\cdot(m+d-1)$. Это произведение равно 35. Значит, множители равны либо 5 и 7, либо 1 и 35. Получится четыре случая:

случай:	1)	2)	3)	4)
$m=$	1	5	7	35
$m+d-1=$	35	7	5	1
$d=$	35	3	−1	−33

Число девочек не может быть меньше 0, поэтому случаи 3 и 4 не подходят. В случае 1 мальчик назвал число 0, что противоречит условию. Остаётся случай 2, и всего в семье $5+3=8$ детей.

58. *Из девяти одинаковых кирпичей-уголков, каждый из которых склеен из трёх кубиков $1\times1\times1$, можно сложить куб $3\times3\times3$ (см. задачу 16 конкурса). Один из кирпичей-уголков потеряли и заменили его прямым кирпичом $3\times1\times1$. Можно ли из нового набора сложить куб $3\times3\times3$?*



Ответ: можно. Разрежем куб на кирпич $3\times1\times1$ (отмечен жёлтым) и четыре плитки $3\times2\times1$, и каждую плитку разрежем на два кирпича-уголка.

59. *Двое игроков по очереди забирают камешки из большой кучи камней. Первый забирает один камешек, а далее каждый игрок берёт либо на камешек больше, либо на камешек меньше, чем соперник перед ним, но не менее одного камешка. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при оптимальной игре, если игроки не могут оценить размер кучки, пока в ней больше десяти камешков?*

Ответ: первый. Опишем, как первый выиграет. Пока в куче хотя бы 4 камня, он берёт один камень. Второй тогда вынужден брать 2 камня. Если в куче осталось 3 камня или 1 камень, первый возьмёт их все, а если осталось 2, он возьмёт 1. После этого второй не сможет сделать ход.

60. *С какого-то момента директор компании «Не обманешь – не продашь» стал ежемесячно заявлять собранию акционеров, что доход за последние 7 месяцев превосходит расход, а налоговой инспекции – что расход за последние 12 месяцев превосходит доход. Как долго это может продолжаться, если директор не врёт?*

Ответ: 11. Пусть директору удалось делать такие заявления (отчёты) 12 месяцев подряд. Тогда всего в отчётах фигурировало 23 месяца. Пронумеруем их по порядку, тогда в первом 12-месячном отчёте будут учитываться месяцы с 1-го по 12-й, а в последнем – с 12-го по 23-й. Обозначим разницу между доходами и расходами за 1-й, 2-й, .. 23-й месяц через соответственно $a_1, a_2,.., a_{23}$. Нарисуем такую таблицу:

a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}
a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}
a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}
a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}
a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}
a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}	a_{22}
a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}

Сумма чисел в каждой строке равна какому-то 12-месячному отчёту, то есть отрицательна. А сумма чисел в каждом столбце равна какому-то 7-месячному отчёту, то есть положительна. Значит, сумма чисел всей таблицы одновременно отрицательна и положительна, что невозможно.

Покажем, что директор мог так говорить 11 месяцев подряд. Тогда в отчёты должны входить разности доходов и расходов за 22 месяца. Например, они могли быть такими: −8, 11, −8, 11, −8, −8, 11, −8, 11, −8, −8, 11, −8, 11, −8, 11, −8, −8, 11, −8, 11, −8, причём директор отчитывается в течение последних 11 месяцев. Тогда в каждом 12-месячном отчёте ровно 7 отрицательных чисел, и сумма чисел в отчёте отрицательна: $-8 \cdot 7 + 11 \cdot 5 < 0$. А в каждом 7-месячном – 4 отрицательных, и сумма чисел в отчёте положительна: $-8 \cdot 4 + 11 \cdot 3 > 0$.

АРАБСКИЕ МОНЕТЫ. **(«Квантик» № 9 , 2017)**

Как и в прошлый раз (см. ответы в «Квантике» № 9), выпишем годы, отчеканенные на монетах. Вставим сразу арабские цифры, которые мы уже знаем, и разности между датами

(1) ١٩٩٣ – ١٤١٤   1993 – 1414 = 579
(2) 1990 – ١٤١١   1990 – 1411 = 579
(3) ١٩٩٨ – ١٤١٩   1998 – 1419 = 579
(4) ١٩٦٧ – ١٣٨٦   1967 – 1386 = 581
(5) 1945 – 1364   1945 – 1364 = 581
(6) ١٩٩٢ – ١٤١٣   199٢ – 1413 = ? (видимо, 1992 – 1413 = 579)
(7) ١٩٩٣ – ١٤١٣   1993 – 1413 = 580
(8) ١٩٥٨ – ١٣٧٨   19٥8 – 1378 = ? (видимо, 1958 – 1378 = 580)
(9) ١٩٩٨ – ١٤١٨   1998 – 1418 = 580
(10) 1993 – 1414   1993 – 1414 = 579

Мы видим, что разность между христианской и мусульманской датой меняется, причём один и тот же христианский год может соответствовать двум мусульманским и, наоборот, один мусульманский год – двум христианским. Отметим также, что восьмая монета подтверждает нашу гипотезу (из ответов в номере 9): ٢ = 2 и ٥ = 5.

Заметим, что разность 581 мы видим на монетах 1945–1967 годов, разность 580 – на монетах 1958–1998 годов (мы учитываем и монеты из первой задачи), разность 579 – на монетах 1990–1998 годов. Разность уменьшается, значит, за одно и то же время прошло меньше солнечных лет и больше лунных – лунные годы короче: мы ответили на первый вопрос.

Для ответа на второй вопрос упорядочим монеты по годам сразу в обоих летоисчислениях.

Первая и десятая монеты отчеканены после седьмой, но в том же 1993 году, стало быть, осенью, а седьмая – весной. Шестая отчеканена в предыдущем году христианской эры, но в том же году хиджры, что и седьмая, то есть, осенью.

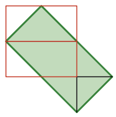
Аналогично, девятая и третья монеты отчеканены в одном 1998 году христианской эры, но в 1418 и 1419 годах хиджры соответственно, стало быть, девятая весной, а третья осенью. Наконец, четвёртая монета отчеканена весной 1967 года (1386 год хиджры), а пятая монета прошлой задачи – осенью (1387 год хиджры).

Теперь оценим продолжительность лунного года. Можно предположить, что за сорок лет, между 1958 и 1998 годами (даты чеканки монет с разностью 580 лет), прошло примерно на один лунный год больше, чем солнечных лет, и в итоге разность изменилась. Стало быть, 40 солнечных лет соответствуют 41 лунному, и продолжительность лунного года $365\frac{1}{4}\cdot 40/41 \approx 356$ дней. Это почти точно; возможный источник ошибки – неполнота нашей коллекции монет. Мы попробуем улучшить эту оценку в следующей задаче. Вот что это за монеты:

(1) Йемен, 1 риал
(2) Мальдивские острова, 5 лаари
(3) Объединённые Арабские Эмираты, 50 филсов
(4) Египет, 5 мильемов
(5) Марокко, 1 франк (Мохамед V)
(6) Египет, 10 пиастров
(7) Египет, 25 пиастров
(8) Египет, 20 мильемов
(9) Кувейт, 100 филсов
(10) Тунис, 100 миллимов

ДВОЙНОЙ МАТРАСИК. («Квантик» № 9, 2017)

На рисунке видно, как из куска поролона (зелёный прямоугольник) можно собрать два нужных прямоугольника (образуют красный квадрат).



XXIII ТУРНИР МАТЕМАТИЧЕСКИХ БОЁВ ИМЕНИ А. П. САВИНА

1. Ответ: пять. Существует только шесть различных однозначных и двузначных чисел, в десятичной записи которых используются две цифры a и b: a, b, $\overline{aa}$, $\overline{bb}$, $\overline{ab}$ и $\overline{ba}$. Их сумма $a+b+(10a+a)+(10b+b)+(10a+b)+ +(10b+a)=23(a+b)$ не может быть равна 100, так как 100 не делится на 23, поэтому шесть чисел Петя записать не мог. Пять чисел Петя мог записать, например, так: $100=1+6+11+16+66$.

2. а) **Ответ:** не всегда.

Пусть, например, за каждым из шести столов сидело по две девушки в красных платьях (такое возможно, если они сидели не рядом). Тогда всего в красных платьях будет 12 принцесс. Следовательно, после любой рассадки девушек за 10 столов найдутся хотя бы две в красных платьях, сидящие за одним столом. Так как за каждым столом будут сидеть три принцессы, то любые две из них будут соседями, то есть две девушки в красном окажутся рядом.

б) **Ответ:** всегда. Взглянем на любой стол с пятью девушками и посмотрим, какую из них можно отсадить так, чтобы среди оставшихся по-прежнему не было соседок в платьях одного цвета. Если какую-то девушку (назовём её Машей) отсадить нельзя, это значит, что у неё соседки в платьях одинакового цвета, допустим, красного. Тогда оставшиеся две девушки (не соседки Маши, назовём их Варя и Катя) в платьях разных цветов и имеют по одной соседке в красном. Следовательно, мы можем отсадить как любую из этих двух девушек, так и одну из девушек в красном: платье Маши не может совпадать по цвету с платьями и Кати, и Вари. Значит, мы можем отсадить любую из трёх девушек, причём платья у них трёх разных цветов.

Теперь будем отсаживать по одной девушке поочерёдно от каждого из четырёх столов и подсаживать за пятый. Подсаживая очередную девушку, мы всегда можем выбрать цвет её платья отличным от цветов соседок: мы выбираем из трёх цветов, а соседок не более двух.

3. Ответ: всегда. Каждому городу припишем своё число так, чтобы у разных городов были разные числа (например, население города). Стоимость перелёта возьмём равной разности чисел города прибытия и города вылета (она может быть отрицательной). Тогда для любого маршрута суммарная стоимость перелётов будет равна разности чисел конечного города и начального.

4. Ответ: нет. На рисунке 1 приведён хороший квадрат, который нельзя разрезать требуемым образом. Действительно, в этом квадрате ровно 8 чёрных клеток, граничащих с белыми. А в каждом многоугольнике должна быть хотя бы одна такая клетка. Значит, многоугольников не более 8.

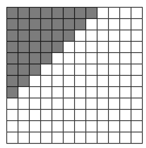


Рис. 1

5. Ответ: 6. Центр каждой грани является вершиной каждого из четырёх квадратов 1×1 в этой грани, то есть в каждой грани можно закрасить не более одного квадрата, а всего – не более 6.

Пример шести закрашенных квадратов показан на рисунке 2 (квадраты попарно симметричны относительно центра куба).

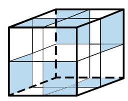


Рис. 2

6. Ответ: Вася. Первым ходом Петя разрезает прямоугольник с нечётными сторонами. Покажем, что Вася может играть так, чтобы Пете всегда приходилось разрезать прямоугольник с нечётными сторонами. При разрезании Петей такого прямоугольника образуются два других: у первого стороны разной чётности, а у второго – нечётные. Васе следует выбирать первый и разрезать его на два прямоугольника с нечётными сторонами (например, отрезав полоску шириной 1 вдоль нечётной стороны). Он всегда сможет сделать ход, а Пете рано или поздно достанутся квадратики 1×1.

7. Ответ: можно. Пусть веса камней в порядке обхода равны a, b, c и d. Первым взвешиванием сравним $a+c$ и $b+d$. Пусть, например $a+c\geqslant b+d$, тогда $b<a+c$ и $d<a+c$, то есть вес искомого камня равен либо a, либо c. Тогда вторым взвешиванием достаточно сравнить любой из них с $b+d$.

8. Ответ: Две вершины.

Оценка. Покрасим стороны длины 5 в синий цвет, а длины 6 – в красный. Периметр разделится на участки двух цветов, и у любого участка оба конца будут разносторонними вершинами.

Пример. См. рисунок 3.

Рис. 3

9. Ответ: 3.

На три треугольника разрезать можно. Например, на рисунке 4, *а* шестиугольник со сторонами 17, 12, 8, 13, 1 и 5 составлен из равных прямоугольных треугольников со сторонами 5, 12 и 13. А на рисунке 4, *б* шестиугольник составлен из равносторонних треугольников.

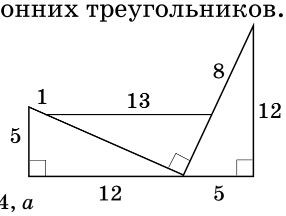


Рис. 4, *а*

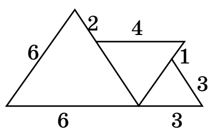


Рис. 4, *б*

На два треугольника разрезать нельзя. Предположим противное. Если одна из сторон шестиугольника образована двумя сторонами треугольников, то у него будет не более пяти сторон – противоречие. Если же каждая сторона образована стороной треугольника или её частью, то две стороны каждого треугольника, не прилегающие к другому треугольнику, являются сторонами шестиугольника. Но таких сторон четыре, а различных сторон у треугольников – три. Значит, две стороны шестиугольника совпадают, снова противоречие.

10. Достроим треугольник BEC до прямоугольника $ECBO$ (рис. 5). Тогда треугольник AEO – искомый. Действительно, $EO=BC$ (стороны прямоугольника), а $AO=$ $=BD$ из равенства треугольников ABO и BAD по первому признаку: AB – общая, $BO=$ $=CE=AD$, $\angle DAB=90^\circ+\angle CAB=$ $=90^\circ+\angle CBA=\angle OBA$.

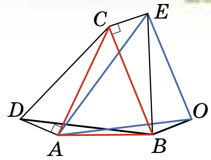


Рис. 5

11. Построим равносторонний треугольник ATM (точки T и B в одной полуплоскости относительно прямой AC, см. рис. 6). Тогда $\angle TAK=$ $=60^\circ-\angle BAC=\angle MCL$, поэтому треугольники TAK и MCL равны по двум сторонам и углу между ними. Это означает, что $TK=ML$.

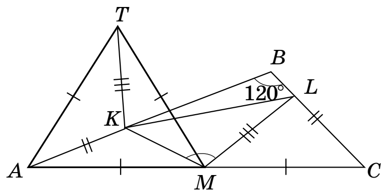


Рис. 6

Кроме того, $\angle TKM=360^\circ-\angle TKA-\angle AKM=$ $=360^\circ-(\angle MLC+\angle AKM)$. Но $\angle MLC+\angle AKM=$ $=180^\circ-\angle BLM+180^\circ-\angle MKB=360^\circ-(\angle BLM+$ $+\angle MKB)=360^\circ-(360^\circ-2\cdot120^\circ)=120^\circ$. Поэтому $\angle TKM=120^\circ$. Тогда треугольники TKM и LMK равны по двум сторонам и углу между ними. Следовательно, $LK=TM=AM$.

12. Ответ: периметры треугольника и четырёхугольника равны.

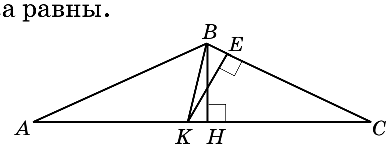


Рис. 7

Проведём высоту BH треугольника ABC (рис. 7). Так как треугольник BCK – также равнобедренный, то его высоты KE и BH равны. Значит, равны треугольники KEC и BHC, и $KC+$ $+CE=BC+CH$, что равно полупериметру треугольника ABC. Тогда $KA+AB+BE=KC+CE$, откуда и следует равенство периметров.

13. Ответ: 2. Если бы у каждого ребёнка спросили: «Сколько у тебя соседей противоположного пола?», то дети, сказавшие «0» и «2» поменялись бы ролями, а сказавшие «1» повторили бы тот же ответ. Количество ответов каждого вида не изменилось бы, а сумма ответов всех детей была бы равна удвоенному количеству «смен пола» при обходе круга. Количество «смен пола» чётно, поэтому сумма ответов должна делиться на 4. Значит, 25-й ребёнок сказал бы «0». Это соответствует его ответу «2» на вопрос «Сколько твоих соседей одного с тобой пола?».