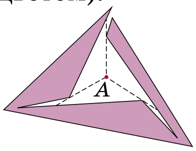
ХИТРЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК
(«Квантик» № 12, 2016)

См. пример на рисунке (многоугольник закрашен розовым цветом).



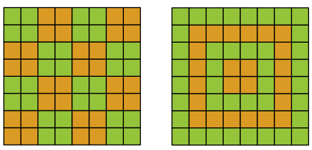
НАШ КОНКУРС **(«Квантик» № 9, 2017)**

1. *Когда поезд едет из Москвы в Ярославль, буфет находится в 7-м вагоне от головы, а когда из Ярославля в Москву – в 13-м. Сколько вагонов в этом поезде?*

Ответ: 19. К буфету примыкает 6 вагонов со стороны Ярославля и 12 вагонов со стороны Москвы. Всего $6+12+1=19$ вагонов.

2. *У Умного Кролика есть участок квадратной формы 8×8, состоящий из 64 одинаковых грядок 1×1. На некоторых грядках он выращивает капусту, а на остальных морковь (пустых грядок нет). Известно, что рядом с каждой капустной грядкой ровно две капустные, а рядом с каждой морковной ровно две морковные (грядки находятся рядом, если они соседние по стороне). Может ли доля капустных грядок составлять а) ровно половину; б) более 60% от общего числа грядок?*

Ответ: может, смотри рисунок.



3. *В тайную лабораторию собираются послать 10 существ, часть из них – сумасшедшие учёные, остальные – безрукие големы. В течение недели каждое утро каждый учёный будет пришивать каждому голему по одной новой руке, после чего големы пойдут на алмазные копи и вечером принесут оттуда по алмазу в каждой руке. Сколько должно быть сумасшедших учёных, чтобы големы насобирали за неделю максимальное количество алмазов?*

Ответ: 5. Пусть было x учёных. Тогда каждый день число рук увеличивается на $x(10-x)$. Так как вначале големы были безрукие, то за первый день было собрано $x(10-x)$ камней, за второй – $2x(10-x)$, за третий – $3x(10-x)$ и т. д. Всего за неделю было собрано $(1+2+3+4+5+$ $+6+7)x(10-x)$ камней. Это число максимально, когда $x(10-x)$ максимально. Перебирая все варианты $x=0, 1, 2, 3, 4, \ldots, 10$, получаем максимум при $x=5$. Увидеть это по-другому можно, заметив, что $x(10-x)=25-(x-5)^2$.

4. *Имеются 100 шариков, из которых два титановых, а остальные нет. Титан-тестер умеет за одну проверку тестировать ровно два шарика. Если хотя бы один из шариков титановый, у тестера загорается лампочка (иначе лампочка не горит). Как найти оба титановых шарика за 52 проверки?*

Ответ: Разбиваем 100 шариков на 50 пар и каждую пару кладем в тестер. Если лампочка загорелась только на одной паре, то в ней оба шарика титановые, мы их нашли. Если лампочка загорелась на двух парах, то в обеих парах один шарик титановый, а другой – нет. Из остальных 96 (не титановых) шариков возьмём любой и положим его в тестер сначала вместе с любым шариком из первой пары, а потом – с любым шариком из второй пары. Тестер определит, какие мы взяли шарики из пар, титановые или нет, а значит, про невзятые из пар шарики мы тоже всё поймём.

5. а) *Квадрат площади 10 разрежьте на несколько частей, из которых можно сложить прямоугольник 2×5.*

б) *Существует ли такое разрезание этого квадрата всего на три части? (При подготовке разрезания используйте, если нужно, карандаш, линейку и циркуль.)*

а) Смотрите рисунок 1.

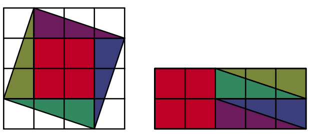


Рис. 1

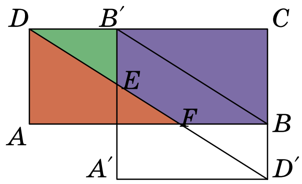


Рис. 2

б) Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ со сторонами 2 и 5 и квадрат $A'B'CD'$ площади 10, расположенные как на рисунке 2. Докажем, что $\triangle ADF=\triangle A'ED'$, а $\triangle DEB'=\triangle FD'B$, где E и F – точки пересечения DD' с $A'B'$ и AB. Тогда из этих двух треугольников (зелёного и коричневого) и фиолетовой общей части можно сложить и квадрат, и прямоугольник.

Докажем, что BB' параллельно DD'. Отношения $B'C/BC$ и $DC/D'C$ равны, потому что $B'C\cdot D'C=BC\cdot DC=10$. Значит, по теореме Фалеса BB' параллельно DD'.

Тогда из параллелограммов $B'BFD$ и $B'BD'E$ получаем $DF = BB' = ED'$. Значит, у прямоугольных треугольников DAF и $EA'D'$ не только параллельны стороны, но и равны гипотенузы. А значит, они равны (по стороне и двум углам). Аналогично $DE = DF - EF = ED' - EF = FD'$, и треугольники $DB'E$ и FBD' также равны.

Строго говоря, нужно ещё доказать, что прямыми $A'B'$ и DD' прямоугольник $ABCD$ действительно разрезается на два треугольника и пятиугольник. Для этого нужно доказать, что $B'E < CB$. Мы уже знаем, что $B'E = BD'$, а значит, $BD' = CD' - CB = \sqrt{10} - 2 = 1{,}1\ldots < 2$.

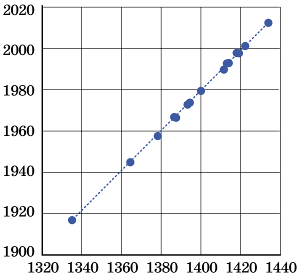
АРАБСКИЕ МОНЕТЫ («Квантик» № 10, 2017)

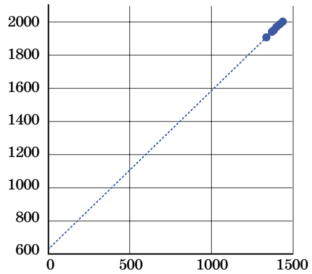
1. Мы уже знаем все цифры, поэтому определить даты и разности легко.

(1) ٢٠١٣ – ١٤٣٤	2013 – 1434 = 579
(2) 2001 – ١٤٢٢	2001 – 1422 = 579
(3) 1917 – ١٣٣٥	1917 – 1335 = 582

Теперь нарисуем все монеты на миллиметровой бумаге так, что каждая монета будет точкой, а её координаты – годами чеканки в мусульманской (по горизонтали) и христианской (по вертикали) эрах. Постараемся провести прямую как можно ближе ко всем этим точкам. Ясно, что совсем точно это сделать невозможно (точки не лежат на одной прямой), но постараемся, чтобы отклонения точек от прямой были минимальны.

Мы (Квантик) сделали это не на миллиметровой бумаге, а в программе Excel, а для того, чтобы провести самую лучшую прямую, использовали метод, который называется «линейная регрессия». У нас получилась прямая $y = 0{,}97 \cdot x + 625$. Теперь ясно, что лунный год в 0,97 раз короче солнечного и составляет $0{,}97 \cdot 365{,}25 = 354$ дня. А если подставить в формулу $x = 0$ (нулевой год хиджры) или посмотреть на миллиметровке, где наша прямая пересекает вертикальную ось координат, мы получим год переселения – 625. На самом деле летоисчисление по хиджре ведётся от 16 июля





622 года, точности нашей коллекции монет всё-таки не хватило. Можно понять, почему: все наши монеты близки к современным и далеки от оси, и поэтому даже небольшого изменения угла при проведении прямой достаточно, чтобы точка пересечения с вертикальной осью ушла в сторону. Чтобы исправить положение, нужны очень старые монеты с двойной датой, но, увы, таких монет не существует.

А что, если бы мы не проводили прямую, а просто использовали самую старую (третью) и самую новую (первую) монету из нашей коллекции? Обозначим неизвестные параметры прямой a и b. Мы получим систему линейных уравнений

$1917 = a \cdot 1335 + b,$

$2013 = a \cdot 1434 + b.$

Вычтем первое уравнение из второго:

$2013 - 1917 = (a \cdot 1434 + b) - (a \cdot 1335 + b),$

$96 = 99a,\ a = 96/99 \approx 0{,}97.$

Теперь подставим полученное значение a в любое уравнение, например, в первое. Мы можем посчитать

$b \approx 1917 - 0{,}97 \cdot 1335 \approx 622.$

Удивительным образом на этой паре монет точность получилась даже выше, чем на всей коллекции! Однако это не более чем совпадение. Вы можете попробовать построить прямую для других наборов монет на сайте kvantik.com/arab.

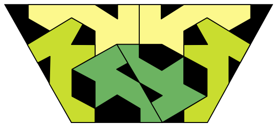
Вот что это были за монеты:

1) Объединённые Арабские Эмираты, 50 филсов,
2) Мальдивские острова, 10 лаари,
3) Египет, 5 мильемов.

2. На этой монете (10 пиастров Ливана) дата, записанная арабскими цифрами, совпадает с европейской (١٩٦٢ = 1972), а даты по хиджре нет.

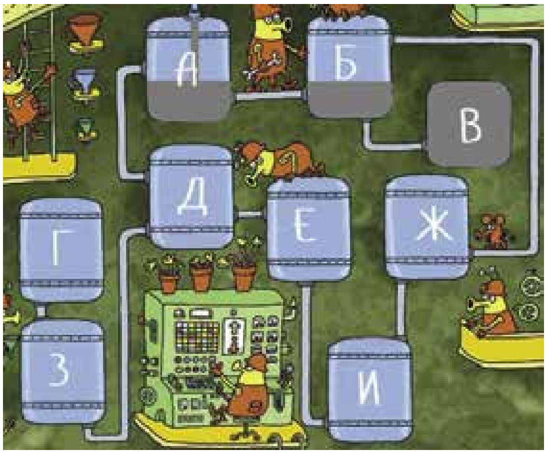
БАШМАКИ В КОРЗИНЕ («Квантик» № 10, 2017)

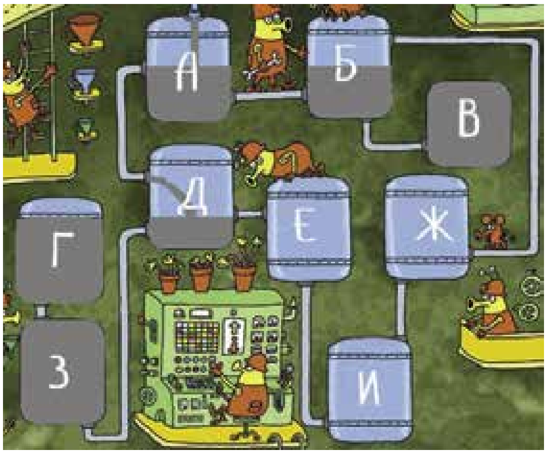
Интересно, что башмаки в каждой паре располагаются симметрично друг другу.

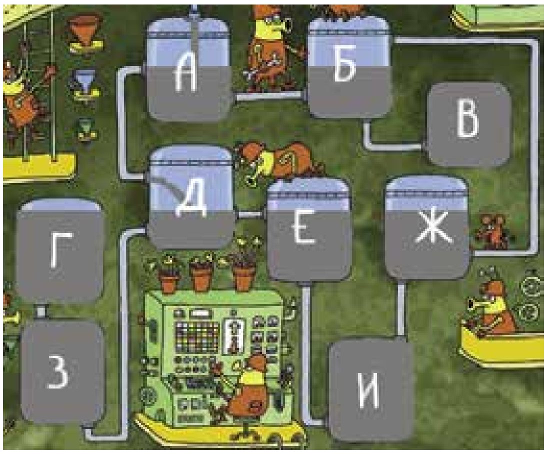


В КАКОМ ПОРЯДКЕ НАПОЛНЯТСЯ БАКИ? («Квантик» № 10, 2017)

Ответ: первым наполнится бак В, потом З, потом И.

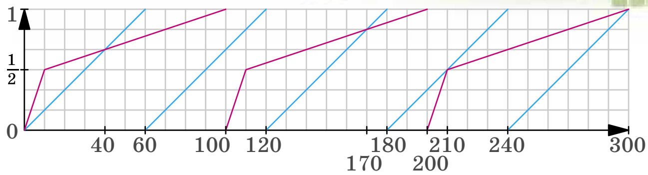






ГОРИЛЛА НА ЦИФЕРБЛАТЕ

Заметим, что через три 100-минутных цикла (то есть 300 минут или 5 часов) минутные стрелки и правильных, и «горилловых» часов будут направлены вверх, как и в самом начале отсчёта. Поэтому достаточно найти все совпадения именно в течение первых 300 минут, а потом они будут повторяться каждые 5 часов.



Нарисуем по клеточкам график положения обеих минутных стрелок. По горизонтальной оси отложим 30 клеток = 300 минут, по вертикальной оси – 6 клеток = 1 оборот. Обычная минутная стрелка за каждые 60 минут равномерно проходит 1 оборот – рисуем 5 голубых отрезков шириной 6 клеток и высотой 6 клеток. Стрелка с гориллой за первые 10 минут проходит пол-оборота – рисуем розовый отрезок шириной 1 клетка и высотой 3 клетки. За следующие 90 минут стрелка проходит ещё пол-оборота – пристыковываем к предыдущем отрезку новый шириной 9 клеток и высотой 3 клетки. Дальше повторяем ещё два раза.

На рисунке видно, что стрелки совпадут в начале, через 40 минут, через 170 минут и через 210 минут. Через каждые 5 часов после указанных моментов совпадения повторяются.

ЗНАНИЕ – СИЛА!

3. Да, сможет. Второй и третий ребёнок своими ответами отсекают как ситуации 101 и 110 (сказав, что они чумазые), так и ситуацию 111 (потому что в ней они бы не догадались об этом после второго вопроса).

4. На третьего мудреца надет красный колпак.

5. Если первому математику сообщили число n, а второму $n+1$, то первый раз «Да» ответит первый математик на n-й вопрос второго математика. Если, наоборот, первому математику сообщили число $n+1$, а второму n, то первый раз «Да» ответит второй математик на n-й вопрос первого математика.

НА КАКИХ ЯЗЫКАХ ГОВОРИТ СТАРИК ХОТТАБЫЧ?

Испытания; лицедеи; брадобрея.

САЛТЫКОВ-ЩЕДРИН, ЛЮДОВИК XI, АЛЯБЬЕВ

Придумана история про Алябьева. Алябьев не мог слушать осенью в московском парке соловьиные трели, потому что соловьи – перелётные птицы и в конце лета улетают в тёплые края.

Кроме того, соловьи поют только в брачный период, который длится с мая до конца июня.

На самом деле Алябьев написал свой знаменитый романс, находясь в сибирской тюрьме по ложному обвинению в убийстве.