КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, I ТУР («Квантик» № 1, 2018)

1. *Если к глаголу* ***стричь*** *добавить приставку по-, этот глагол будет выглядеть точно так же, как и без приставки: по****стричь****. Найдите глагол, который ни с одной приставкой не выглядит так же, как без приставок.*

Этот глагол – ***идти***. С приставками он приобретает форму *-йти* и никогда не выглядит как *-идти*, ср. *прийти*, *пойти*, *выйти* и т.д.

Если подходить к условию менее строго, задача допускает и другое решение: в русском языке есть глагол *класть*, который вообще не сочетается с приставками – в соответствующей роли выступают глаголы, заканчивающиеся на *-ложить*: *приложить*, *положить*, *выложить* и другие.

2. *Эти два глагола, обозначающие не слишком хорошие чувства, происходят от слова, называющего одну из основных способностей человека и животных. Что это за глаголы?*

Эти глаголы – ***ненавидеть*** и ***завидовать***. Оба они в конечном счёте восходят к глаголу *видеть*, безусловно, называющему одну из основных способностей человека и животных.

3. *Маленькая Света вместо «макароны» говорит карамоны, а вместо «зелёный» – лезёный. Названия каких двух транспортных средств – старинного и современного – Света произносит одинаково?*

Света переставляет звуки в некоторых словах (лингвисты называют такое явление **метатезой**). Соответственно, слова ***карета*** и ***ракета***, одно из которых представляет собой название старинного транспортного средства, а второе – самого что ни на есть современного, в её произношении звучат одинаково.

4. *Какое мужское имя в русском языке может употребляться в значении «способ действия»?*

Это имя ***Макар***. В русском языке есть устойчивое выражение *таким макаром* «таким способом». По мнению некоторых лингвистов, изначально оно представляет собой шутливое преобразование выражения *таким манером*.

5. *Квантик написал программу, которая делит все целые числа от 0 до 1000 на две группы по некоторому принципу. Оказалось, что в первую группу попадают всего четырнадцать чисел: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 100, 102, 1000 и ещё два; все остальные числа попадают во вторую группу. Какие ещё два числа попадают в первую группу? Кратко поясните ваше решение.*

Квантик хотел узнать, названия каких чисел в русском языке **не содержат повторяющихся букв.** Как сказано в условии задачи, оказалось, что для чисел от 0 до 1000 таких названий всего четырнадцать: 0, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 100, 102, 1000... а ещё – **6 (шесть)** и **200 (двести)**.

НАШ КОНКУРС, VI ТУР («Квантик» № 2, 2018)

26. *На гранях кубика написаны натуральные числа от 1 до 6 в каком-то порядке. Если на двух соседних гранях стоят соседние числа (то есть отличающиеся на 1), то покрасим ребро между ними в красный цвет, а в противном случае – в синий. Каково наименьшее возможное количество красных рёбер?*

Ответ: 2. Всего пар соседних чисел пять: 1 и 2, 2 и 3, ..., 5 и 6. Максимум три из них могут оказаться на противоположных гранях кубика, а оставшиеся минимум две пары попадут на соседние грани и дадут по красному ребру.

Ровно два красных ребра будет, если, скажем, поставить 1 и 2 на противоположные грани, а 3, 5, 4, 6 – «по кругу» в этом порядке.

27. *На кинопремию «Оскар» были выдвинуты пять режиссёров, но получил её только один. Когда у каждого из них спросили, кто получил премию, первый режиссёр назвал себя, второй режиссёр назвал себя и ещё одного режиссёра, третий – себя и ещё двоих, четвёртый – себя и трёх других, а пятый – всех пятерых. Впоследствии выяснилось, что ни у каких режиссеров не оказалось равного числа людей, названных ошибочно (которые не получили премию). Кто получил «Оскар»?*

Ответ: первый режиссёр. Режиссёр делает ошибок либо столько, сколько имён он назвал, либо на одну меньше – в зависимости от того, назвал ли он истинного получателя «Оскара». Пятый режиссёр точно назвал истинного получателя, поэтому сделал четыре ошибки. Четвёртый сделал другое число ошибок, и значит, сделал три ошибки. Аналогично, третий сделал две ошибки, второй – одну, а первый – ни одной. Поэтому первый режиссёр и получил «Оскар».

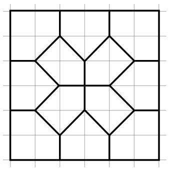
28. *Выпишем по возрастанию все положительные несократимые дроби, меньшие 1, знаменатели которых меняются от 2 до 2018. Чему равно среднее арифметическое этих дробей?*

Ответ: $\frac{1}{2}$. Докажем, что если дробь $\frac{a}{b}$ есть в нашем ряду, то и дробь $1-\frac{a}{b}=\frac{b-a}{b}$ тоже. В самом деле, она положительна и меньше 1.

Она и несократима: если бы $b-a$ и b имели общий делитель, то их разность $b-(b-a)=a$ тоже имела бы этот делитель, и дробь $\frac{a}{b}$ была сократимой. Но тогда выписанные дроби можно разбить на пары $\frac{a}{b}$ и $\frac{b-a}{b}$ с суммой 1, и одна дробь останется без пары – это $\frac{1}{2}$ (лишь она парна самой себе). Тогда если всего дробей k, их сумма равна $\frac{k}{2}$, а среднее арифметическое равно $\frac{1}{2}$.

29. *Можно ли разрезать квадрат на конечное число* ***а)*** *правильных пятиугольников;* ***б)*** *выпуклых пятиугольников?*

а) Нельзя. Угол квадрата прямой, и при его разрезании получится либо один прямой угол, либо несколько острых. А углы правильного пятиугольника тупые.



б) Можно, см. пример на рисунке.

30. *Треугольным называют число, равное сумме всех натуральных чисел от 1 до какого-то натурального числа включительно. Вот первые несколько треугольных чисел: 1, 1+2=3, 1+2+3=6, 1+2+3+4=10, и т.д. Петя, исследуя их свойства, сформулировал две теоремы:*

I. Если сумма двух треугольных чисел является степенью двойки, то и их разность является степенью двойки.

II. Если разность двух треугольных чисел является степенью двойки, то и их сумма является степенью двойки.

Верна ли хотя бы одна из этих теорем? А может быть, обе?

Ответ: только вторая.

Первая теорема неверна: сумма двух треугольных чисел 15 и 1 равна 16, то есть степени двойки, но их разность (14) не степень двойки.

Пусть одно из двух треугольных чисел – сумма всех целых от 1 до n, а второе – сумма всех целых от 1 до m (где $n>m$), и разность S этих треугольных чисел является степенью двойки.

Тогда S равна сумме всех целых чисел от $m+1$ до n. Легко вычислить не эту сумму, а удвоенную, разбив числа на пары: $m+1$ и n, $m+2$ и $n-1$, ..., n и $m+1$. Всего пар $n-m$, а сумма в каждой паре равна $m+1+n$, итого получается произведение $(n-m)(m+1+n)$, и оно равно $2S$, то есть тоже степень двойки. Но значения в скобках – числа разной чётности (они отличаются на нечётное число $2m+1$). При этом вторая скобка не меньше 2. Если и первая не меньше 2, то один из сомножителей – нечётное число, не меньшее 3, а степень двойки не может делиться на такое число! Противоречие. Значит, $n-m<2$, и (с учётом неравенства $n>m$) имеем $n-m=1$, откуда разность указанных треугольных чисел равна n. Итак, n – степень двойки, то есть $n=2^k$, где k – натуральное.

А что тогда представляет собой сумма двух треугольных чисел? Одно из них есть сумма всех целых от 1 до 2^k, а второе – сумма от 1 до 2^k-1. Сложить эти суммы проще всего так: первое слагаемое в первой сумме складываем с последним во второй, второе – с предпоследним, и т.д., в конце добавляем последнее слагаемое первой суммы. В итоге получится $2^k\cdot 2^k=2^{2k}$, то есть степень двойки, что и требовалось.

Пример-иллюстрация: разность двух треугольных чисел 10 и 6 равна 4 – степени двойки. Их сумма равна 16 – тоже степени двойки.

МОНЕТЫ И РУССКАЯ ЛИТЕРАТУРА

(«Квантик» № 3, 2018)

Видимо, названия «трёшник» и «семишник» отражают счёт на ассигнации. Из цитаты из Островского ясно, что курс ассигнаций к серебру был примерно 3 к 1. У Гоголя ситуация внешне парадоксальная: старуха просит 20 копеек, но недовольна 50 копейками: видимо, первая сумма – на серебро, а вторая – на ассигнации. Таким образом, 50 коп (асс.) < 20 коп (сер.); курс превышает 2,5 к 1. Далее, реальная цена водки была 5 копеек на серебро, стало быть 50 коп (асс.) > > 5 коп (сер.), курс не больше 10 к 1.

Теперь прикинем, какие монеты (на серебро) могли бы соответствовать 3 и 7 копейкам на ассигнации. Поделив на 3, получим 1 и $2\frac{1}{3}$ соответственно; ближайшие номиналы – 1 и 2 копейки.

Мы даже можем уточнить курс. Монета в 2 копейки серебром называется «семишник», а не «шестишник», стало быть, реальный курс ближе к 3,5. Тогда 1 копейка серебром – это чуть меньше, чем 3 копейки ассигнациями, но достаточно близко, чтобы оправдать название «трёшник».

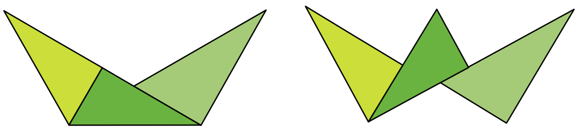
Трёшник Александра II

Семишник Николая I

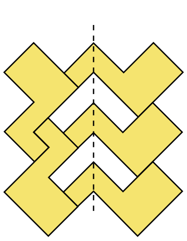
Заметим ещё, что у Некрасова получается, будто написать слово стоило дороже, чем написать целую строку. Но это уже литературная вольность: иначе, видимо, у Николая Алексеевича не получался ровный стих.

СЛОМАННАЯ ВЕТОЧКА И ДРУГИЕ СИММЕТРИКСЫ («Квантик» № 3, 2018)

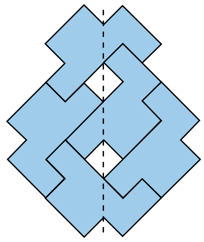
Сломанная веточка



Три треугольника



Пять утят



Пять пингвинов

САМОЛЁТ НА ЛЕНТЕ («Квантик» № 3, 2018)

Да, сможет. В отличие от машины, которая бы не сдвинулась относительно земли независимо от скорости вращения её колёс, самолёт имеет или пропеллеры, или реактивную тягу. То есть не колёса разгоняют самолёт, а самолёт разгоняет колёса, отталкиваясь от воздуха.

При надлежащей скорости самолёт оторвётся от ленты и полетит!

РЮМИН И ГОРБАТКО, БЕЛЯЕВ И ЛЕОНОВ, ЛЯХОВ

Придумана история про космическую записку. Леонов не мог написать её на борту корабля перьевой ручкой, потому что в состоянии невесомости чернила не будут вытекать из неё.

СУП, ЕХИДНА И ДРУГИЕ ЖИВОТНЫЕ

Проворонить, как и в других приведённых случаях, значит *уподобиться вороне*. Вороной же называли раньше рассеянного человека, ротозея. Вспомните старинную историю о том, как у вороны (или ворона) был украден сыр, ставшую сюжетом басни Крылова.

ПРАЗДНИК НА ГОРЕ

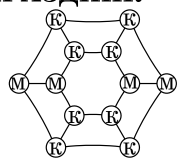
• Бразильского языка нет, в отличие от, скажем, немецкого или грузинского. В Бразилии 99,8% населения говорит на португальском языке. Остальные 0,2% приходится на неконтактные племена, живущие в дебрях Амазонки.

• Латинскими буквами название «Пума» пишется «*Puma*», что по-русски читается «*Рита*».

• Злоумышленник с беговыми лыжами. Он с Ближнего Востока, где о лыжах имеют слабое представление. У остальных лыжи горные.

XXIX МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК

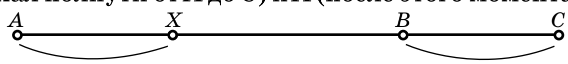
6 класс



1. Пример приведён на рисунке.

2. Если посмотреть на пятое и шестое числа, видно, что М < Й, а если на второе и третье – что Й < Х. Значит, М < Х. Но самое маленькое число начинается с Х, самое большое – с М, так что М > Х. Значит, у Незнайки какая-то ошибка.

3. В оба момента времени, о которых идёт речь в задаче, суммой будет, очевидно, расстояние от автобуса до самой дальней от него остановки. Это не может быть B, так как она ближе, чем C. Значит, это были C (до того момента, как автобус проехал полпути от A до C) и A (после этого момента).



В первом случае автобус находился в точке X, и расстояние от него до C равнялось сумме расстояний до A и до B. Но оно же равно сумме расстояния до B и расстояния BC. Значит, автобус проехал в точности расстояние BC. На рисунке мы отметили дугами равные расстояния.

Ко второму моменту автобус проехал ещё одно расстояние BC и оказался в точке Y. Сумма расстояний от него до B и до C равна BC и ещё YB, посчитанному дважды. По условию это и есть расстояние до A, то есть YB вдвое короче BC.

А раз расстояние YB автобус проехал за 25 минут, то BC он проедет за 50 минут, а весь путь за $3 \cdot 50+25+5=180$ минут, то есть за три часа.

4. а) Покажем, что написанное число чётно. Если бы оно было нечётным, то на вопросы о делимости на 2, 4, 6 и 8 Дима ответил «нет», а тогда, стало быть, на вопросы о делимости на 3, 5, 7 и 9 он ответил «да». Но если число делится на 5, 7 и 9, то оно делится на $5 \cdot 7 \cdot 9=315$ и не может быть двузначным. Значит, на первый вопрос учительницы можно с уверенностью ответить утвердительно.

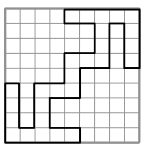
б) Рассмотрим три числа – 18, 40 и 56 – и запишем в табличку ответы Димы (плюс означает «да», а минус — «нет»).

	На 2	На 3	На 4	На 5	На 6	На 7	На 8	На 9
18	+	+	–	–	+	–	–	+
40	+	–	+	+	–	–	+	–
56	+	–	+	–	–	+	+	–

Мы видим, что на все вопросы, кроме первого, ответы бывают разными, так что более ни на один вопрос гарантированно дать верный ответ мы, не зная числа, не сможем.

5. После того как один рыбак раздаст своих рыб, у остальных должно стать по $100:5=20$ рыб. Значит, каждый поймал не более 20 рыб. Пусть у рыбака Ивана ровно 20 рыб. Когда другой математик раздаёт своих рыб, Иван не получает ничего, но у всех становится поровну. Поэтому если Иван уйдёт, остальные могут раздавать по-прежнему, и у всех снова будет по 20. Осталось показать, что среди рыбаков действительно найдётся такой, который поймал ровно 20 рыб. В самом деле, если такого нет, то у рыбаков в сумме не более чем $19+18+17+16+15+14=99<100$ рыб – противоречие.

6. Пример на рисунке.

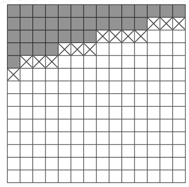


7 класс

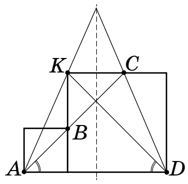
1. После перекрашивания полосатых осьминожков стало на $18-10=8$ больше, чем синих. Значит, полосатыми стали $8:2=4$ синих осьминожка. Белых и «старых полосатых» было $18-4=14$, то есть по $14:2=7$ каждого цвета. А всего в разноцветной семейке $3\cdot7=21$ ребёнок.

2. Ответ: например, 1, 2, 4, 8, 975360.

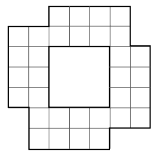
3. Докажем, что, как бы Вася ни действовал, вода заполнит как минимум 37 клеток. Как бы Вася ни действовал на первом ходу, после него во втором ряду окажется не больше 3 мешков, а значит, вода заполнит не менее 11 клеток во втором ряду. Как бы Вася ни действовал на втором ходу, после него во втором и третьем рядах окажется не больше 7 мешков, то есть останется не менее $14-7=7$ вертикалей без мешков, по которым вода стечёт на третий ряд. Аналогично, после третьего хода заполнятся ещё хотя бы 4 клетки, после четвёртого – хотя бы 1. Всего вода заполнит не менее $14+11+7+4+1=37$ клеток. Чтобы вода заполнила ровно 37 клеток, Вася может положить мешки, например, как на рисунке (первым ходом Вася кладёт мешки во второй ряд, вторым – в третий и т. д.)



4. У равнобедренного треугольника есть ось симметрии. При симметрии относительно этой оси K переходит в C, а D переходит в A (см. левый рисунок). Значит, AC образует тот же угол с основанием, что и диагональ квадрата KD, то есть 45°. Но AB тоже образует с основанием угол 45°, как диагональ меньшего квадрата. Значит, точки A, B и C действительно лежат на одной прямой.



5. Да, например, как на рисунке.



6. Если слуга принёс новый кошелёк, а с тех пор как он был в прошлый раз в шатре, никого не отпускали, то его точно ждёт удача (его кошелёк самый тяжёлый и на этот раз его хозяина отпустят). То есть если в плену было N богачей и одного только что отпустили, то дальше может произойти не более $N-1$ неудачи подряд.

а) Если в начале было семь богачей, то первого отпустят сразу, дальше будет не более 6 неудач, потом удача и не более 5 неудач и т. д. – и всего Робин Гуд получит не более $(1+6)+(1+5)+(1+4)+(1+3)+(1+2)+(1+1)+1=28$ кошельков. И ровно 28 кошельков он получит, только если на первом круге неудача постигла всех, кроме первого, потом всех, кроме второго и т. д. А последним положит кошелёк седьмой слуга.

б) Если Робин Гуд получил в итоге не 28, а 27 кошельков, то ровно один промежуток неудач должен оказаться на 1 короче максимального. Тогда он закончится не после перехода на следующий круг, а на один шаг раньше, и на этом круге кроме слуги с наименьшим номером повезёт ещё и седьмому слуге. Если это произошло на последнем круге, когда все остальные слуги уже ушли, то седьмой слуга и положит последний кошелёк. А если какие-то слуги ещё остались, когда седьмому слуге выпала удача вне очереди, то оставшиеся продолжат уходить по очереди, как в предыдущем пункте. И последний кошелёк положит последний из оставшихся – шестой слуга.