XXIV турнир математических боёв имени А.П. Савина

Материал подготовил Александр Блинков

Избранные задачи

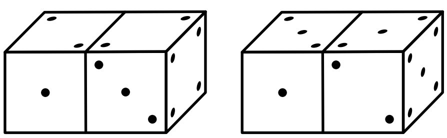
Ежегодно в конце июня школьники из многих городов съезжаются на летний турнир имени А. П. Савина. Мы приводим подборку избранных задач турнира 2018 года. После номера задачи указаны её автор и классы, в которых она предлагалась.

1. (*С. Токарев*, 5–6) В турнире матбоёв участвовали команды 5-х классов и команды 6-х классов. Пятиклассники выиграли на 7 боёв больше и проиграли на 13 боёв больше, чем шестиклассники. Кто выиграл больше боёв между командами 5-го и 6-го классов – пятиклассники или шестиклассники – и на сколько?

2. (*С. Токарев*, 5–7) Сто спортсменов заняли места с 1-го по 100-е. После того, как некоторые из них были дисквалифицированы за допинг, все остальные передвинулись на различное количество мест. Каково наименьшее возможное количество дисквалифицированных?

3. (*Д. Шноль*, 5–8) Саша и Женя идут по лыжне с одинаковыми скоростями. Если Саша остановится, то Женя догонит её через одну минуту. Навстречу им едет трактор со скоростью в два раза большей, чем у лыжниц. При приближении трактора лыжница останавливается и 10 секунд ждёт, пока трактор проезжает мимо неё (после чего лыжница продолжает движение). После трактора, уничтожающего лыжню, лыжницы идут в два раза медленнее. Через какое время после того, как Женя снова начнёт движение, она догонит Сашу? (Саша прокладывает лыжню, на которую выйдет Женя.)

4. (*А. Шаповалов*, 5–6) Есть два игральных кубика (возможно, не одинаковых), у каждого на гранях отмечено по 1, 2, 3, 4, 5 и 6 точек. Их два раза расположили по-разному и сфотографировали (см. рисунок). Известно, что суммарное количество точек на паре задних граней оба раза одинаковое. Чему оно равно?



5. (*А. Грибалко*, 7) Барон Мюнхгаузен заявил, что способен разрезать правильную пятиконечную звезду на две части и сложить из них многоугольник, который имеет центр симметрии (не переворачивая при этом части). Могут ли слова барона быть правдой?

6. (*С.Токарев*, 5–8) На доске написаны 7 единиц. За один шаг можно выбрать любые два числа и заменить каждое из них на их сумму. Можно ли такими заменами получить 7 других равных чисел на доске?

7. (*А.Шаповалов*, 7) Каждая грань кубика размером $2\times 2\times 2$ разбита на единичные квадраты. Какое наибольшее число сторон этих квадратов можно закрасить так, чтобы покрашенные отрезки не соприкасались концами?

8. (*С.Токарев*, 6–7) Разрежьте проволочный каркас куба на наименьшее количество частей, из которых можно спаять каркасы двух кубов, если сгибать проволоку: а) нельзя; б) можно.

9. (*С.Токарев*, 6–7) Число ДЮЖИНА делится на 12, а число ГРОСС делится на 144. Найдите С.

(*Гросс*, от нем. *groß – большой*, – старая мера счёта, равная дюжине дюжин.)

10. (*Е.Бакаев*, 6) На доске записаны числа 1, 2, ..., 1000. Одним действием можно стереть с доски ровно четыре числа: какое-нибудь число X; одно из чисел, отличающихся от X на 1; одно из чисел, отличающихся от X на 10; одно из чисел, отличающихся от X на 100. Можно ли за несколько действий стереть все числа?

11. (*М.Волчкевич*, 7–8) В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ на диагонали AD отмечена точка P, равноудалённая от вершины F и середины стороны AB. В каком отношении точка P делит AD?

12. (*А.Пешнин*, 7–8) Назовём семиугольник ***прямоугольным***, если у него есть четыре прямых угла. Докажите, что любой прямоугольный семиугольник можно разрезать на семь прямоугольных семиугольников.

13. (*М.Хачатурян*, 5–6) Утром пограничники обнаружили на перекопанной полосе 45 следов левых ног, 44 правых и 6 следов деревянного протеза, который, судя по отпечатку, принадлежит Одноногому Джо. Сколько нарушителей ночью перебежали границу? Длина шага у всех одинаковая, ширина полосы постоянна, все нарушители пересекали её кратчайшим путём и не наступали на следы друг друга.

Художник Сергей Чуб