

Александр Бердников,
Алексей Воропаев,
Сергей Дориченко

О ВРЕДЕ ПОДХАЛИМСТВА И ПОЛЬЗЕ ОППОЗИЦИИ

Жила-была комиссия

Некая комиссия принимает решение по любому вопросу большинством голосов. В комиссию входят трое – председатель, представитель народа и эксперт, и голосуют они по очереди именно в таком порядке. Каждый говорит либо «да», либо «нет», и если хотя бы двое сказали «да», принимается решение «да», а если хотя бы двое сказали «нет» – принимается решение «нет».

Эксперт не зря получил свой диплом, и что бы там ни говорили председатель и парень из народа, голосует независимо, выбирая правильное решение с вероятностью 0,9 (ошибается в среднем лишь в 1 случае из 10). Председатель тоже толковый малый, но выбирает правильное решение с вероятностью лишь 0,7 (в среднем в 7 случаях из 10). А вот представитель народа...

Вариант № 1: подхалим

В позапрошлом году представитель народа оказался подхалимом и просто копировал голос председателя. Понятное дело, в итоге председатель всё и решал – его голос удваивался и автоматически утверждался комиссией, – так что верное решение принималось с вероятностью 0,7.

Вариант № 2: шутник

В прошлом году представитель народа оказался, мягко говоря, несерьёзным парнем и прямо перед голосованием бросал монетку: «орёл» – «да», «решка» – «нет». Монетка оказалась «честной» – выдавала и орла, и решку с вероятностью 0,5, – так что вероятность принять верное решение у представителя народа уменьшилась и стала равной 0,5. Казалось бы, и комиссия в целом теперь должна голосовать хуже?

Давайте разбираться. Когда эксперт прав, в половине случаев шутник его поддержит – вот уже 45% случаев, когда решение будет верным. И если председатель прав, то в половине случаев шутник его поддержит – это ещё 35% случаев, когда решение верное.

Стоп, ведь те случаи, когда правы и эксперт, и председатель, и шутник, мы посчитали дважды. Зато не посчитали случаи, когда правы и эксперт,



и председатель, но шутник их не поддерживает. В среднем это же одно и то же число – шутник ведь одинаково часто и прав, и неправ. Сколько мы посчитали лишнего, столько и забыли. Значит, итоговый ответ: $0,45 + 0,35 = 0,8$. Очень странно – вероятность принять верное решение возросла.

Вариант № 3: оппозиционер

В этом году представитель народа оказался оппозиционером к власти и всегда голосовал строго противоположно председателю (если тот «за», то он – «против», и наоборот). Тем самым, теперь его вероятность выбрать верное решение равнялась $0,3$ – меньше, чем в двух предыдущих вариантах! И что же? Комиссия принимала правильные решения лучше, чем когда бы то ни было, – с вероятностью $0,9$. Ведь теперь всё решал эксперт – двое других всегда давали один голос «за» и один голос «против», так что голос эксперта автоматически удваивался.

В чём же дело?

Но как всё меньшая вероятность у парня из народа голосовать правильно только улучшала общий результат? Всё просто! Когда председатель и эксперт согласны друг с другом, всё решают они – от действий парня из народа ничего не зависит. Процент этих случаев один и тот же для всех трёх вариантов (кстати, чему он равен?). Голос парня из народа влияет на ситуацию только в остальных случаях – когда председатель и эксперт не согласны между собой. При варианте № 1 этот голос дублирует председателя, при варианте № 3 – дублирует эксперта. Ясно, что результаты выше, когда копируешь более компетентного. А вот при варианте № 2 голос парня из народа (вернее, монетка) выбирает с равной вероятностью то голос председателя, то голос эксперта, то есть даёт среднее увеличение по сравнению с вариантами № 1 и № 3. И общий результат получается средний.

А дальше?

Тем, кто хочет продолжить своё знакомство с задачами по теории вероятностей, рекомендуем замечательную книгу Ф. Мостеллера «Пятьдесят занимательных вероятностных задач с решениями». По мотивам одной из задач этой книги и написана эта небольшая статья.

Художник Николай Воронцов

