

■ НАШ КОНКУРС (Квантик № 12, 2018)

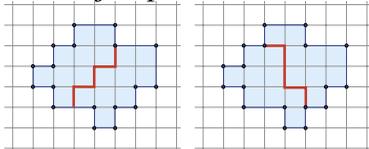
16. У Андрея в ящике перемешку лежат носки: целые – их 60%, и с дырками – их 40%. Когда Андрей достал 4 носка, процент оставшихся носков с дырками в ящике возрос до 50%. Сколько носков в ящике могло быть первоначально? Найдите все ответы и докажите, что других нет.

Ответ: 10 или 20. Изначально носков с дырками было меньше половины, а стало ровно половина. Значит, Андрей достал больше целых носков, чем с дырками. Возможны два варианта: либо он достал 4 целых носка, либо 3 целых носка и 1 с дыркой. В первом случае вначале было на 4 целых носка больше, и они составляют 20% исходного количества – всего носков было $4 \cdot 5 = 20$. Во втором случае было на 2 целых носка больше, и всего носков было $2 \cdot 5 = 10$.

17. Можно ли рассадить за круглым столом через равные промежутки между людьми 20 молчунов и несколько болтунов так, чтобы напротив каждого молчуна сидел болтун и чтобы никакие два болтуна не сидели рядом?

Ответ: нет. Два молчуна не могут сидеть рядом, иначе противоположные им болтуны будут соседями. Значит, болтуны и молчуны чередуются, и всего их 40. Но тогда напротив молчуна окажется молчун – противоречие.

18. Разделите фигуру на рисунке на две равные части двумя разными способами.



Ответ:

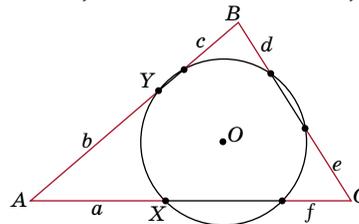
19. Можно ли представить в виде суммы нескольких (не менее двух) последовательных нечётных натуральных чисел: а) 2017; б) 2018; в) 2019?

Ответ: а) нет; б) нет; в) да. Пусть в сумме k последовательных нечётных чисел, $k \geq 2$. Если k нечётно, сумма равна среднему числу, умноженному на k – так можно выразить лишь нечётное составное число. Например, $2019 = 673 \cdot 3 = 671 + 673 + 675$. Если k чётно, средних чисел два, и сумма равна чётному числу между ними (отсутствующему в сумме), умноженному на k , то есть сумма делится на 4. Таким образом, ни 2017, являющееся простым, ни $2018 = 2 \cdot 1009$ не представимы в виде требуемой суммы.

20. Окружность пересекает стороны треугольника в шести точках (см. рисунок).

а) Докажите, что если $a = b$ и $c = d$, то $e = f$.

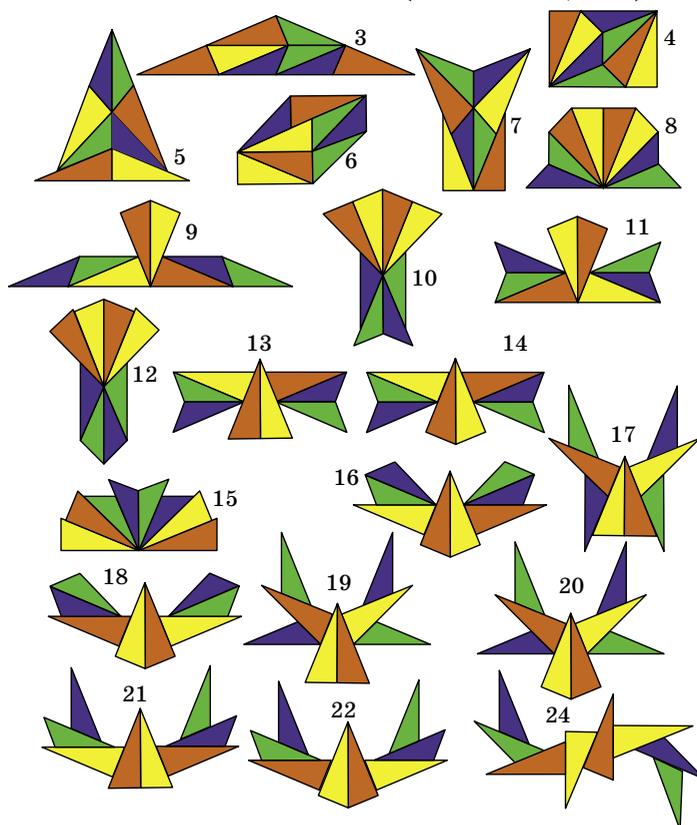
б) Докажите, что если $b = c$ и $d = e$, то $f = a$.



а) Пусть O – центр окружности. Если $a = b$, то треугольники AXO и AYO равны (по трём сторонам), откуда прямая AO – биссектриса угла A . Аналогично BO – биссектриса угла B . Тогда CO – также биссектриса угла C . При симметрии относительно CO окружность перейдёт в себя, и при этом отрезки e и f перейдут друг в друга, то есть $e = f$.

б) Заметим, что O лежит на срединном перпендикуляре к любой хорде окружности. Если $b = c$, то O лежит и на срединном перпендикуляре к AB . Аналогично, O лежит на срединном перпендикуляре к BC , то есть O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Тогда O также лежит на срединном перпендикуляре к CA , откуда $f = a$.

■ УПРЯМОУГОЛЬНИК-8 (Квантик № 1, 2019)



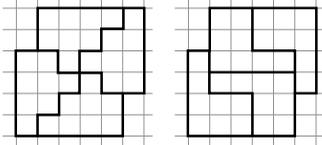
КАЗАРКИ И ГРАД (Квантик № 1, 2019)

По-видимому, так казарки стараются спрятать от прямых ударов чувствительный клюв и голову (с глазами и мозгом), подставляя шею и грудь. Участков на клюве и голове, открытых для градин, становится меньше, и удары по ним идут вскользь. А прятаться в укрытие этим птицам не свойственно. Более подробно об этом интересном поведении казарок можно прочитать в статье Иры Деминой «Канадские казарки в град» на сайте elementy.ru

XLI ТУРНИР ИМ. М.В. ЛОМОНОСОВА (Квантик № 1, 2019)

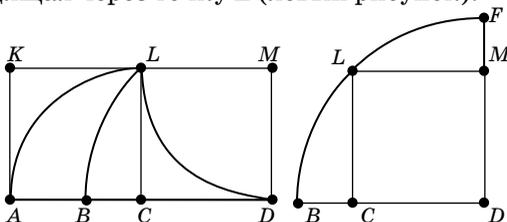
Математика

1. Да, например, так:



2. Да, может. Пусть в первый год количество деревьев увеличилось на 80%, а во второй – уменьшилось на 50%. Тогда за два года, количество деревьев изменилось в $1,80 \cdot 0,50 = 0,90$ раз, то есть как раз уменьшилось на 10%. При этом средний прирост действительно составил $(80\% + (-50\%))/2 = 15\%$.

3. Подойдет дуга с центром в точке D , проходящая через точку L (левый рисунок):



Пусть сторона квадрата равна 1. Исходный криволинейный треугольник состоит из двух частей, из которых можно сложить квадрат со стороной 1. Поэтому достаточно доказать, что площадь любой из двух частей на левом рисунке равна $1/2$. Самое сложное — посчитать площадь криволинейного треугольника BLC . Из правого рисунка видно, что площадь BLC равна $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\pi\sqrt{2}^2}{4} - 1\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$. Но тогда площадь ALB равняется $\frac{\pi \cdot 1^2}{4} - \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$, что и требовалось.

Лингвистика

Все шесть предложений состоят из подлежащего, после которого следует придаточное предложение, сказуемого и, возможно, допол-

нения. В переводах на сингальский язык придаточное предложение стоит перед определяемым существительным. После подлежащего следует дополнение, а потом сказуемое. На конце сказуемого стоит *kara*, если к нему относится дополнение в винительном падеже без предлога, *ve* – если на конце стоит *-ся*, *y* – если предложение главное, *na* – если предложение придаточное. Дополнение и подлежащее придаточного предложения оканчиваются на *-u*.

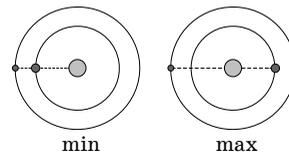
Ответ: *Miniheku biyakarana ballek mahalleku vehesaṭapatkaray. Pramādavena taruṇayek daruveku avadikaray.*

Физика

1. Вода может заполнять промежутки между кусочками льда, не повышая уровень льда. Кроме того, так как её температура больше 0°C , то лёд мог частично растаять и перераспределиться в стакане, если кусочки были между собой как-то зацеплены. Также при таянии льда общий объём уменьшается, так как плотность воды выше плотности льда.

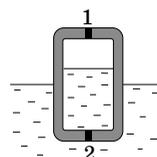
2. Когда Петя резко затормозил, то, чтобы не улететь по инерции с велосипеда, он опирался на велосипед. Так как вес Пети был сосредоточен на одной стороне руля, то Петя, надавив на руль, повернул его, и велосипед совершил крутой поворот на большой скорости, почему Петя и упал. Вася давил на руль двумя руками, а Гриша не давил вовсе, поэтому руль не повернулся.

3. Минимально возможное расстояние между планетами достигается тогда, когда обе они находятся на одной прямой со звездой с одной стороны от неё, а максимально возможное – когда планеты на одной прямой со звездой по разные стороны от неё (см. рисунок).



В следующий раз максимальное расстояние между планетами будет тогда, когда более быстрая планета совершит на пол-оборота больше, чем медленная. За один земной год быстрая планета совершает на $1/0,8 - 1/1 = 0,25$ оборота больше, значит, нужное время – 2 года.

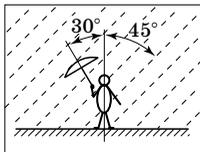
4. а) Так как давление воздуха внутри сосуда такое же, как снаружи, то удаление пробки 1 ничего не меняет. Если вынуть пробку 2, то уровень воды внутри и



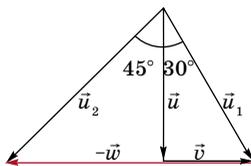
снаружи сравняется – вода из сосуда вытечет. Образованный излишек подъёмной силы, который держал эту воду, поднимет сосуд выше. Кстати, это означает, что материал, из которого сделаны стенки сосуда, легче воды.

б) Если вынуть пробку 2, то, как и в пункте а), вода начнёт вытекать из сосуда, но воздух внутри сосуда будет растягиваться, и равновесие наступит, когда тяжесть воды в сосуде над уровнем воды вне сосуда компенсируется падением давления воздуха в сосуде. Как и в пункте а), сосуд при этом поднимется. Если теперь вынуть пробку 1, то давление воздуха в сосуде поднимется до атмосферного, вода в сосуде опустится до уровня воды вне сосуда, а сам сосуд ещё немного поднимется. Правда, заметными эти перемещения будут только в случае очень большого сосуда (в несколько метров высотой), потому что атмосферному давлению соответствует высота столба воды приблизительно 10 м.

5. а) Поскольку все люди на платформе наклонили свои зонты влево (а мы верим в их адекватность), ветер относительно земли дует вправо. Картина, которую видит пассажир поезда, будет наблюдаться в том случае, если поезд тоже едет вправо по рисунку, но со скоростью, превышающей скорость ветра. Тогда относительно него воздух будет двигаться влево, и струи дождя будут отклонены от вертикали именно в эту сторону.



б) Пусть \vec{u} – вектор скорости каплей относительно воздуха (эта скорость направлена вертикально вниз), \vec{v} – вектор скорости ветра относительно земли, \vec{w} – вектор скорости поезда относительно земли. Тогда скорость каплей относительно земли $\vec{u}_1 = \vec{u} + \vec{v}$, и мы знаем, что этот вектор образует с вертикалью угол 30° (см. рисунок) – именно навстречу ему люди поворачивают зонты, чтобы как можно большую часть своего тела защитить от дождя. В системе отсчёта поезда скорость каплей $\vec{u}_2 = \vec{u}_1 - \vec{w}$, направлена она под углом 45° к вертикали. Тогда, как видно из рисунка, $u = w - v$, $v = u \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}(w - v)$. Отсюда $w = (1 + \sqrt{3})v \approx 27,3 \text{ м/с} \approx 98,3 \text{ км/ч}$



Астрономия

1. Созвездие – это участок на небе, и в нём могут находиться сколь угодно далёкие друг

от друга объекты. Созвездие не имеет физических размеров, лишь угловые. Но все яркие звёзды, образующие контуры созвездий, находятся в нашей галактике – Млечном пути. Другие же галактики расположены далеко от нас и занимают совсем небольшие участки звёздного неба. Галактика Туманность Андромеды названа в честь созвездия, в котором была обнаружена. Хотя Туманность Андромеды содержит около триллиона звёзд, она настолько удалена, что выглядит как небольшое облачко – поэтому её назвали Туманностью. Сейчас же к туманностям относят только видимые участки межзвёздной среды, состоящие из пыли, газа или плазмы.

2. На Солнце протекает термоядерная реакция, в которой под гигантским давлением, созданным притяжением массы вещества, ядра водорода сливаются и выделяют тепло. Поэтому поливать Солнце водой – значит снабжать его топливом. А чтобы потушить Солнце, можно либо во много раз уменьшить его массу, либо заполнить ядро тяжёлыми элементами, например железом – они не будут участвовать в термоядерных реакциях. Однако водой также можно потушить Солнце: нужно добавить столько вещества, что под его тяжестью Солнце превратится в чёрную дыру.

Биология

1. У многих видов самцы и самки неразличимы для человека, но хорошо различимы для самих животных за счёт запаха, издаваемых звуков, особенностей зрения, и т.д. Разные размер и/или окраска могут возникать, если вклад в заботу о потомстве не одинаков: заботящийся обычно менее заметен, самки могут быть крупнее, поскольку вынашивают и/или питают потомство. Заметная внешность помогает при демонстративном поведении (для привлечения партнёра, установления иерархии или борьбы за территорию). Она часто свойственна полигамному виду (важнее оставить много потомства, чем защититься от хищников). Полы могут сильно отличаться, если ведут разный образ жизни (крылатые и бескрылые, паразиты и свободно живущие). Различия во внешности помогают избежать конкуренции полов. Часто самцы и самки различимы только в определённый сезон.

2. Растения могут для защиты от перегрева понижать свою температуру, испаряя влагу,

отражая и рассеивая солнечные лучи слоем специальных веществ или волосков, поворачивая листья перпендикулярно солнечным лучам. Некоторые растения повышают температуру цветков и соцветий для распространения запаха и привлечения опылителей, особенно в темноте или в холодную погоду. Растения могут повышать температуру для прорастания в холодных условиях (например под снегом), перестраивая биохимические процессы, в первую очередь – дыхание. Растения могут защищаться от резких перепадов температуры (заморозки и т.п.) опущением частей растения, толстым слоем пробки на стволе, особой формой роста (подушковидная и т.п.).

3. Плавучесть может меняться за счёт накопления газов в специальных камерах или удалении этих газов; путём обмена тяжёлых ионов на лёгкие и наоборот. Можно улучшить плавучесть, увеличив общую поверхность тела (например выбрасывая вещества, образующие слизь). Организмы могут погружаться, втягивая или прижимая к себе выросты тела. Можно улучшить плавучесть медленно – увеличивая выросты на теле; накапливая жир.

4. Изменение формы: более обтекаемая форма тела, уменьшение выступающих частей, преобразование конечностей и хвоста в плавательные, уменьшение волосяного покрова или смазка волос водоотталкивающим жиром.

Изменение дыхания: перемещение дыхательных отверстий и возможность их закрывать, более полное разделение дыхательного и пищеварительного трактов, формирование вторичных жабр, возвращение к дыханию поверхностью тела и формирование дыхательных трубочек.

Борьба за кислород: повышение кислородной ёмкости крови, запасание кислорода в мышцах, повышение эффективности кислородного обмена в лёгких, перераспределение крови при нахождении под водой к чувствительным к гипоксии органам, частичный переход на анаэробный метаболизм при глубоком погружении.

Прочее: накопление подкожного жира для защиты от переохлаждения. Развитие органов чувств, наиболее приспособленных к использованию под водой.

Следующие отряды и семейства животных перешли на водный образ жизни: утконосы, китообразные, ластоногие (по традиционной систематике), сирены (ламантины, дюгоны), хищные

(моржи, тюлени, каланы), пингвины, морские и пресноводные змеи, черепахи, крокодилы, пауки (паук серебрянка), водяные клещи, жуки (плавунцы, плавунчики, водолюбы, вертячки); личинки стрекоз, подёнок, веснянок, ручейников, некоторых комаров и мух; моллюск прудовик. Попробуйте определить, какие адаптации присутствуют у каких животных.

История

1. Гипотезу о том, что все звёзды суть очень далёкие от нас аналоги Солнца, тоже окружённые планетами, опубликовал в 1440 году Никлас Кребс – германский церковник, епископ и к этому моменту уже кардинал Римской курии (по месту работы его чаще называли Николаем Кузанский).

Николай Кузанский был одним из лидеров новой европейской науки. Большие заслуги перед Церковью давали ему гарантию от любых обвинений в ереси или безбожии. Вдобавок, его книга была ещё рукописной (книгопечатание в Европе началось только в 1450-е годы), так что эта рукопись «для служебного пользования» имела мало читателей. Напротив, Джордано Бруно действовал в конце XVI века, в эпоху массового книгопечатания, засилья вольнодумной литературы и острой борьбы церковников между собой и со светскими диссидентами.

2. • Да, Николай I мог сфотографироваться. Существует прижизненная фотография (вернее, дагерротип) императора, сделанная в мастерской Сергея Левицкого. Официальной датой изобретения дагерротипа считается 1839 год.

• Нет, Александр III не мог прокатиться по Петербургу на трамвае. Однако те, кто отвечали, что трамвай к тому времени не был изобретён, ошиблись. При жизни Александра III трамвай был запущен в Киеве (1892 год). Однако в Петербурге трамвайное движение было запущено только в 1907 году.

• Да, Николай II мог отправить своему кузену (Георгу V, например) телеграмму. Телеграфные станции в Москве и Петербурге были открыты уже в 1852 году.

■ ЧТО ТАКОЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ

1. «Тёплые поручни» – это обычные никелированные поручни, покрытые тонким слоем пластика. Пластик плохо проводит тепло, и поэтому тепло от человеческих рук не распространяется вдоль такого поручня. Это создаёт ощущение, что поручень тёплый.

2. Если снежинки на комбинезоне тают, то температура на его поверхности плюсовая. Стало быть, такой комбинезон плохо сохраняет тепло человеческого тела и отводит его в окружающую среду. Теплее одежда у того полярника, который похож на снеговика.

■ ИЗ МУХИ – СЛОНА

БОРЩ → БОРТ → ПОРТ → ПОСТ; ЛИПА → → ЛАПА → ПАПА → ПАРА → ЖАРА; КИНО → → ВИНО → ВИНА → ВИЗА → ВАЗА → ВАТА; ПАУК → ПАРК → ПАРА → КАРА → КОРА → → КОЖА → ЛОЖА → ЛОЖЬ → ЛОСЬ; из КЛЕН получить ЕЛКА нельзя.

■ LXXXV САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКЕ

1. **Ответ:** нет. Если в центре фрагмента стоит x , то сумма чисел в кресте равна $5x$ и тогда $5x = 2018$, что невозможно при целом x .

2. **Ответ:** нет. При обычном сложении число увеличится, а при перестановке цифр ещё больше увеличится.

3. **Ответ:** 50 или 0. Если за столом есть лжец, то справа от лжеца – чудака или рыцарь, в такой ситуации оба говорят правду, значит, следующий после них – снова лжец. Получаем, что лжецы и не лжецы чередуются, и лжецов ровно половина. Любая рассадка такого вида удовлетворяет условию. Если же лжецов за столом нет, то рыцарей тоже нет (потому что справа от рыцаря должен быть лжец) и за столом одни чудачки.

4. Допустим, что такого отличника нет. Тогда все оценки не выше трёх получены двоечниками и суммарное число двоек за все шесть контрольных чётно, потому что их получали двоечники, сидящие за одной партой. Так как суммарное число троек на 10 меньше, общее количество двоек и троек – чётное число, не делящееся на 4. По условию пятёрок в три раза больше четвёрок, то есть суммарное число четвёрок и пятёрок делится на 4. Таким образом, суммарное количество всех оценок не делится на 4. Но это невозможно, так как на каждой из шести контрольных ставилось одно и то же чётное число оценок, поскольку все сидели парами.

5. Поскольку $1000 = 5^3 \cdot 2^3$, длина одной из сторон шоколадки делится на 5^2 и одной из сторон – на 2^2 . Если это одна и та же сторона, то она делится на 100; отрезем поперёк этой стороны $27/100$ шоколадки и остальное съедим. Если же это разные стороны, отрезем $9/25$ по одной стороне, а потом $3/4$ по другой,

опять получится шоколадка площади $27/100$.

6. На диагонали, идущей слева снизу вправо вверх, находится 10 клеток. После того как кузнечик добрался до одной из них, чтобы посетить следующую, ему потребуется добраться до края и сделать перелёт.

■ РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Достаточно просто догадаться, что *tre* значит «3», отсюда *novе* – «9». Квадрат числа меньше десяти, начинающийся или заканчивающийся той же цифрой, – либо 25, либо 36 (на самом деле *cinque* – это «5», а *venti* – «20»); в любом случае получается, что в составных числительных по-итальянски, как и по-русски, идут сначала десятки, а потом единицы. Значит, *quarantанovе* – квадрат числа меньше десяти, заканчивающийся на 9, то есть 49; отсюда *sette* – «7», а *quaranta* – «40». Связав полученные знания с условием задачи, догадываемся, что речь идёт о *карантине*. Действительно, это русское слово произошло от итальянского, означающего «сорок». **Ответ:** (Г).

2. Имя приятеля, которого герой воспринимает как «своё другое я», по всей видимости, выбрано автором не случайно: оно содержит зеркально отражённую букву «Я» («другое я»), то есть латинское R. **Ответ:** (В).

3. Характерная особенность этого стихотворения – необычные рифмы: во всех строках находим мужские рифмы (то есть с последним ударным слогом), в которых согласные после ударного гласного различаются по твёрдости / мягкости: *хруст – грусть, пошёл – боль*. Такую рифму не могут образовывать строки *А когда настанет срок и Не смутят моих детей*: на -окь русские слова оканчиваться не могут, а согласного, парного по твёрдости/мягкости к [й], и вовсе не существует. **Ответ:** (В).

* Вот окончание этого стихотворения:

*Тяжек Твой подлунный мир,
Да и Ты немилосерд,
И к чему такая ширь,
Если есть на свете смерть?
И никто не объяснит,
Отчего на склоне лет
Хочется ещё бродить,
Верить, коченеть и петь.*

4. При произнесении слова «кел» губы не смыкаются («не приходят»), а в слове «келме» есть губной согласный [м], и губы смыкаются («приходят»). **Ответ:** (В).