

## О ДЫРКЕ В ШТОРКЕ

В прошлом номере была задача:

*Окно комнаты занавешено шторкой. В шторке есть квадратная дырка со стороной в пару миллиметров. Садящееся солнце через дырку оставляет на стене комнаты, противоположной окну, пятно. Определите его форму.*

*Вдруг солнце частично зашло за угол дома (см. рисунок 5 на с. 4). Каким теперь будет пятно?*

*А если в шторке несколько дырок, что мы увидим на стене?*

Вот ответ. Пока солнце не закрыто, пятно будет круглым независимо от формы дырки, лишь бы дырка была маленькой. Когда солнце частично зайдёт за дом, пятно примет форму солнца, так же частично закрытого домом. Если дырок несколько, то каждая дырка даст одно и то же солнечное пятно.

Автор задачи наблюдал это в комнате, где от окна до стены было около 7 метров, солнце попадало в комнату через многочисленные прямоугольные дырки размером  $2\text{ мм} \times 10\text{ мм}$  в жалюзи (отверстия для верёвочек). Солнечное пятно имело размер (диаметр) около 7 см.

Разберёмся, как этот ответ согласуется с тем, что свет распространяется по прямой. Будем считать, что солнце находится невысоко над горизонтом, то есть лучи света близки к горизонтальным. Каждый луч определяется двумя точками: началом луча на солнце и точкой, в которой луч проходит через дырку.

Все лучи, проходящие через фиксированную точку дырки, образуют конус (рис. 1), а поэтому на стене освещают круг. Центр этого круга – точка на стене, куда попадает луч, выходящий из центра солнечного диска. Все такие центры замечают на стене квадрат –

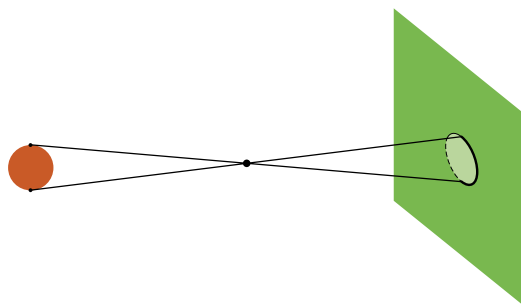


Рис. 1

почти такой же, как сама дырка (рис. 2). Значит, солнечное пятно состоит из бесконечного количества

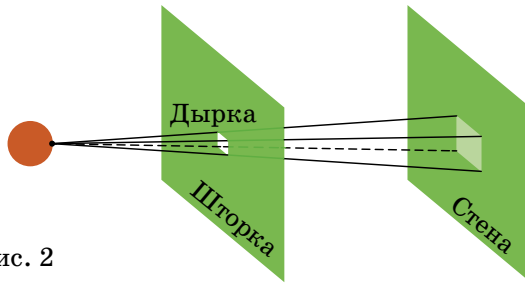


Рис. 2

равных кругов, центры которых лежат в данном квадрате; в итоге получается квадрат со сглаженными углами (рис. 3).

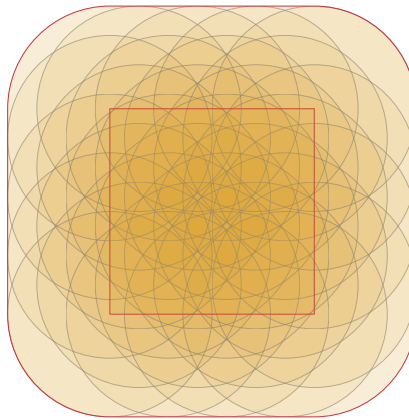


Рис. 3

Форму пятна можно получить, рассуждая и в обратном порядке. Сначала зафиксируем точку Солнца и посмотрим на исходящие из неё лучи. Такие лучи освещают квадратик, как на рисунке 2. Центры таких квадратиков замечают круг, аналогичный кругу на рисунке 1, и мы получаем то же солнечное пятно, составленное из квадратиков (рис. 4).

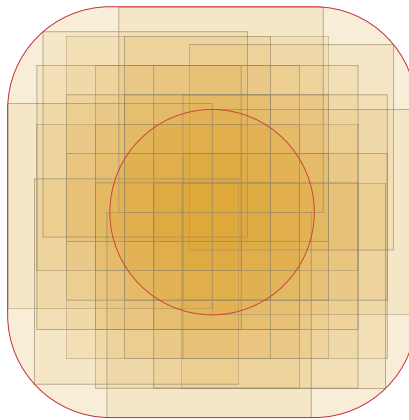


Рис. 4

Но вспомним, что дырка маленькая: всего пара миллиметров. Квадратик на стене (рис. 2)

почти такого же размера, как дырка, потому что расстояние от окна до стены исчезающе мало по сравнению с расстоянием до Солнца. А расстояние до Солнца примерно в 100 раз больше его диаметра (это можно понять по видимому угловому размеру Солнца). Поэтому солнечное пятно будет относительно большим. Его размер можно вычислить приблизительно как расстояние от стены до окна, делённое на 100, это





несколько сантиметров. А теперь представьте, что получится на рисунке 4, если квадратик намного меньше круга. Получится тот же самый круг, за края которого чуть-чуть вылезают кусочки квадратиков (граница почти везде будет окружностью, кроме небольших прямолинейных участков вверху, внизу, слева и справа). На глаз от круга будет не отличить!

Когда солнце зайдёт за угол дома (рис. 5), то от конуса лучей, проходящих через фиксированную точку дырки (рис. 1), останется лишь часть. Эти оставшиеся лучи дадут перевёрнутое изображение солнца на стене (рис. 6).

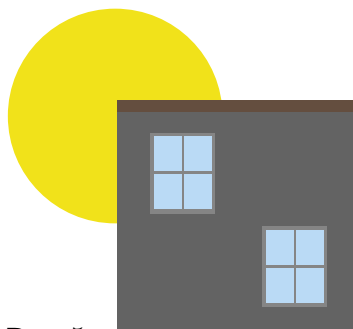


Рис. 5



Рис. 6

Почему изображение переворачивается, можно объяснить так. Представьте, что вы стоите у стены и через крохотную дырку в шторке рассматриваете маленький участок солнца. Чтобы увидеть через дырку нижнюю часть солнца, вам нужно самим приподняться вверх. Поэтому, если дом загородил нижнюю часть солнца, у пятна пропадёт верхняя часть. (А вот «право» и «лево» местами не поменяются. Почему?)

Кстати, ситуация, когда у нас есть две фигуры  $A$  и  $B$  (как круг и квадратик выше) и мы прикладываем фигуру  $A$  какой-нибудь её точкой ко всем точкам фигуры  $B$ , параллельно сдвигая фигуру  $A$ , встречается в математике. Точки, которые мы сможем покрыть фигурой  $A$ , действуя так, образуют фигуру, называемую *суммой Минковского фигур  $A$  и  $B$* . Если, наоборот, прикладывать копии фигуры  $B$  к фигуре  $A$ , результат будет тем же. Как мы видели, солнечное пятно на стене от лучей, пробивающихся сквозь дырку, – это сумма Минковского перевёрнутого изображения солнца и дырки. Если дырка маленькая, пятно имеет вид немного размытого изображения солнца.

Если подставить под солнечное пятно ладошку и идти к шторке, то пятно будет уменьшаться и непосредственно около шторки примет форму дырки.

На фото 1, снятом во время кольцеобразного солнечного затмения, роль дырки играют промежутки между листьями дерева, а Солнце так загорожено Луной, что осталось только кольцо. Каждый достаточно маленький промежуток между листьями даёт солнечное пятно в виде кольца.



Фото 1:  
Nils van der Burg,  
flickr.com

Если в комнате достаточно темно, а на улице светло, то через дырку на стену отобразится весь уличный пейзаж, как на фото 2.



Фото 2:  
Gampe,  
wikimedia.org

Художник Мария Усеинова

