КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, I ТУР
(«Квантик» № 1, 2019)

1. В качестве ответа можно использовать, во-первых, предложения, содержащие устойчивые выражения со словом *тут* (*Кого не ждут, тот **тут как тут**!*, *Хотел решить все задачи за минуту, **да не тут-то было**!*, *Не могу решить эту задачу – **и всё тут**!*), а во-вторых (чуть менее строго) – те предложения, где слово *тут* имеет значение времени: *В комнату вошёл папа, и тут такое началось!..*

2. Ответ: ***лютик*** и ***лютня***. Несмотря на свою красоту, лютик обладает едким (а у некоторых видов – по-настоящему ядовитым) соком; не случайно одно из его названий – *куриная слепота*. Соответственно, слово *лютик* образовано от прилагательного *лютый* «жестокий, свирепый». Название же музыкального инструмента *лютня*, хотя и созвучно со словом *лютый*, не имеет к нему никакого отношения: это название в конечном счёте восходит к арабскому слову со значением «дерево, древесина».

3. Чтобы решить эту задачу, важно учесть, что маленькие дети, во-первых, часто не выговаривают звук *л*, а во-вторых, столь же часто «укорачивают» многосложные слова, отбрасывая слоги, стоящие далеко от ударного гласного. **Ответ:** ***шоколадка***.

4. Не забудем, что эта задача входит в конкурс по русскому языку, а не, например, по физике. Значит, речь идёт о слове или словах, обозначающих промежуток времени и при этом связанных с движениями глаз. Эти слова – синонимы ***миг*** и ***мгновение***: оба они происходят от того же корня, что и глагол *мигать*, и буквально означают «время, за которое человек успевает закрыть и открыть глаза». У слова *мгновение* это первоначальное значение сохраняется в устойчивом выражении *во мгновение ока*.

(Данный некоторыми участниками ответ *век* подошёл бы только для задачи-шутки: слова *век* и *веко* никак не связаны между собой.)

5. Обратим внимание, что эта история (как и многие другие истории, фигурирующие в задачах нашего конкурса, подлинная) произошла зимой, точнее, в конце декабря. В бегущей строке было написано «С НОВЫМ ГОДОМ», и Серёжа увидел сперва конец надписи, а потом – её начало:

…СНОВЫМГО**ДОМСНОВ**ЫМГОДОМ…

Этой задачей мы хотели поздравить с Новым годом всех участников нашего конкурса.

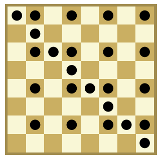
НАШ КОНКУРС («Квантик» № 2, 2019)

26. *Среди 12 человек нет людей одного роста. Они выстроились в круг, после чего те, кто выше обоих своих соседей, подняли левую руку, а кто ниже обоих своих соседей – правую. Могло ли случиться, что а) никто не поднял руки; б) все подняли руку?*

а) Ответ: нет. Самый высокий человек поднял левую руку.

б) Ответ: да. Возьмём 6 самых низких людей и расставим их через одного. Тогда все они поднимут правую руку, а оставшиеся 6 – левую.

27. *Можно ли на некоторые клетки шахматной доски 8×8 поставить по фишке так, чтобы количества фишек в любых двух соседних вертикалях и в любых двух соседних горизонталях были ненулевыми и отличались а) в 5 раз; б) в 6 раз?*



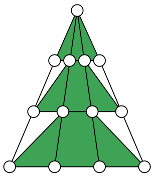
а) Ответ: да. Расставим в нечётных вертикалях и горизонталях по 1 фишке, а в чётных – по 5 так, как на рисунке.

б) Ответ: нет. Допустим, нам удалось найти такую расстановку. Тогда в каждой горизонтали и вертикали либо 1 фишка (назовём их *тощими*), либо 6 (назовём их *толстыми*). Толстых вертикалей, как и толстых горизонталей, 4, поэтому фишек, стоящих на пересечении толстой вертикали и толстой горизонтали, не более 16. А фишек, стоящих в толстой вертикали и тощей горизонтали, не более 4 – по одной на каждую горизонталь. Итого в толстых вертикалях получается не более 20 фишек, а должно быть $4 \cdot 6 = 24$. Противоречие.

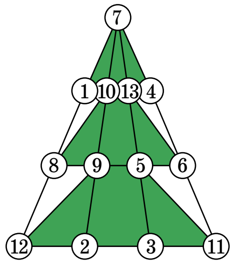
28. *31 декабря 19 человек справляли Новый год. Каждому гостю дали две карточки, маленькую и большую, и попросили написать на маленькой карточке свой возраст (число полных лет), а на большой – свой год рождения. После этого все карточки смешали и произвольно разделили на две группы. В первой группе сумма чисел поделилась на 19. Обязательно ли тогда и во второй группе сумма чисел поделилась на 19?*

Ответ: да. Для каждого гостя сумма чисел на маленькой и большой карточках будет одной и той же, а именно – равной номеру уходящего года, обозначим его N. Так как всего было 19 человек, сумма чисел на всех карточках равна $19 \cdot N$, так что эта сумма делится на 19. Если сумма в одной из групп карточек также делится на 19, то и сумма чисел на оставшихся карточках должна делиться на 19.

29. *Ёлочка украшена тремя горизонтальными гирляндами и четырьмя гирляндами, спускающимися с вершины вниз. Во всех гирляндах по четыре шарика. Впишите в шарики все целые числа от 1 до 13 (в каждый шарик по одному числу) так, чтобы сумма четырёх чисел в каждой из семи гирлянд была одной и той же.*



Пусть в вершине ёлочки записано число x, а сумма чисел в каждой гирлянде равна S. Сумма всех чисел от 1 до 13 равна 91. Эту сумму можно подсчитать двумя способами. Если суммировать горизонтальными гирляндами, то получим $3S+x=91$. Если суммировать гирляндами, спускающимися сверху вниз, то получим $4S-3x=91$. Решая систему этих уравнений, найдём $x=7$ и $S=28$. Теперь можно расставить числа, чтобы выполнялись все условия задачи. Один из возможных вариантов приведен на рисунке справа.



30. *Можно ли раскрасить все точки бесконечной плоскости в а) 3; б) 4 цвета так, чтобы все цвета присутствовали, но нельзя было провести окружность, на которой есть точки всех цветов? (Кисточка, которой красится плоскость, настолько тонкая, что можно любую точку покрасить в любой цвет, не запачкав никакие другие точки.)*

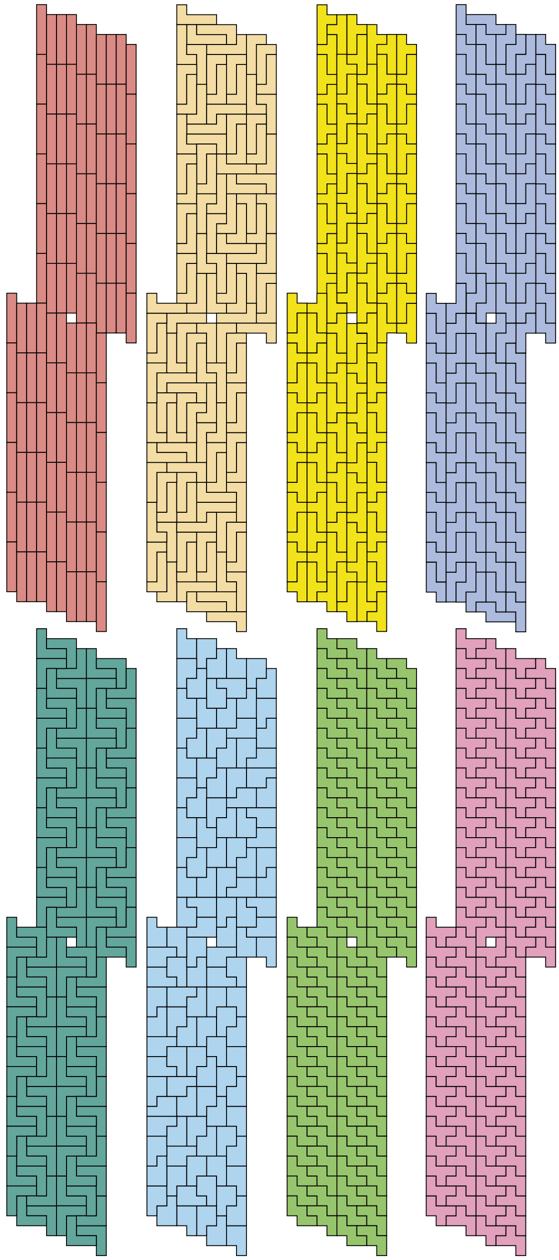
а) Ответ: нет. Пусть такая раскраска нашлась. Возьмём три точки A, B, C разных цветов. Они не могут образовывать треугольник, иначе описанная вокруг него окружность содержала бы три цвета. Значит, они лежат на одной прямой. Возьмём теперь любую точку X вне этой прямой. Она совпадает по цвету с одной из точек A, B, C, пусть с A. Тогда X, B, C имеют разные цвета и снова образуют треугольник. Противоречие.

б) Ответ: да. Выберем три точки на одной прямой и покрасим их в три первых цвета, а все остальные точки плоскости – в четвёртый цвет. Так как окружность не может содержать три точки, лежащие на одной прямой, на любой окружности не будет хотя бы одного из первых трёх цветов.

НА СКОЛЬКО ВИДОВ ПЕНТАМИНО МОЖЕТ ДЕЛИТЬСЯ ФИГУРА?

(«Квантик» № 3, 2019)

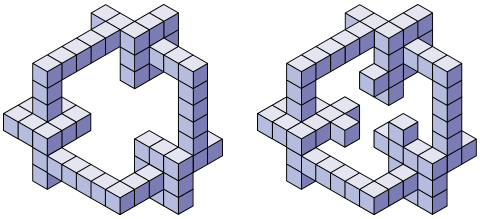
Нам известен пример Джорджа Сичермана. Придуманную им фигуру можно разделить на 8 видов пентамино (см. рисунок).



Много интересных задач и картинок с полимино и другими фигурами можно найти на сайте recmath.org/PolyCur/multiple.html

ПЕРВОАПРЕЛЬСКАЯ ГОЛОВОЛОМКА (невозможный объект – своими руками).

Увы, склеить связный объект, как показано на рисунке в статье (этап 2) не удастся. Максимум, что можно сделать – склеить похожую фигуру, см. рисунки, но соединить мостиками квадратные кольца и сотворить таким образом треугольник Пенроуза не получится.



А жаль...Так хотелось сделать своими руками что-то невозможное!

«АСТРА»–2018

1. Ответ: А. В воздушной оболочке Земли (атмосфере) находятся облака.

2. Ответ: В.

3. Ответ: В. Солнце находится гораздо дальше облаков и не может перекрывать их собой.

4. Ответ: В. Автомобильные «дворники» предназначены для скидывания с лобового стекла осадков или частиц грязи, которые ухудшали водителю видимость. Во время тумана причиной плохой видимости является не загрязнение лобового стекла, а заполнение всего окружающего воздуха каплями воды. Поэтому использование «дворников» в этом случае не улучшает водителю видимость на дороге.

5. Ответ: А. Грозовые тучи плотно заполнены каплями воды и частицами льда, так что значительная часть солнечного света не может пройти через многочисленные препятствия. Оттого такие тучи и кажутся тёмными.

6. Ответ: Б. При попадании в турбину самолёта вулканический пепел может повлиять на работу двигателя и привести к его остановке.

7. Ответ: А. Зонт непригоден для полётов.

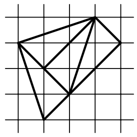
8. Ответ: В. Для движения в безвоздушном пространстве предназначена только ракета. Самолёту и вертолёту атмосфера необходима, чтобы их вращающиеся винты могли отталкиваться от воздуха. Дирижабль держится в атмосфере подобно наполненному гелием воздушному шарику за счёт выталкивающей силы воздуха.

9. Ответ: Г. Ни реактивные, ни винтовые самолёты без атмосферы летать не смогут, поскольку воздух служит опорой их крыльям. Использование радиосвязи (по крайней мере в пределах прямой видимости) возможно и без атмосферы, то есть в вакууме. Не будет мешать отсутствие атмосферы и наблюдению звёзд (скорее наоборот – без неё звёзды будут видны гораздо лучше. А вот утверждение о том, что без атмосферы парашют окажется бесполезным, поскольку не сможет тормозить о воздух, – верное.

XXX МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК

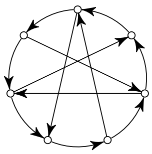
6 класс

1. Ответ: 33. Среди чисел от 1 до 100 единицу в записи содержит ровно двадцать: это сама единица, десять чисел от 10 до 19, числа 21, 31, ..., 91 (их восемь) и число 100. Значит, ни одно из этих чисел не было стёрто. Аналогично, чисел с двойкой ровно девятнадцать: сама двойка, десять чисел третьего десятка, а также 12, 32, 42, ..., 92 (таких восемь). То есть и из них Миша ни одно не стёр. Всего таких чисел $19+20-2=$ $=37$ (мы вычитаем 2, поскольку числа 12 и 21 посчитаны два раза). Всего осталось $37+30=67$ чисел, а Миша стёр $100-67=33$ числа.



2. См. пример на рисунке справа.

3. Ответ: 5. Если Сеня с ошибкой пишет Д, то из букв О, Е, К, А, Э, Р, которые ещё входят в ДОДЕКАЭДР, он в трёх ошибается, а три пишет верно. Но все эти буквы, кроме Е, входят и в ИКОСАЭДР, то есть там он напишет верно как минимум две буквы и не сможет сделать 7 ошибок. Значит, букву Д Сеня пишет верно. Тогда он пишет с ошибкой все остальные буквы слов ДОДЕКАЭДР и ИКОСАЭДР, а в слове ТЕТРАЭДР помимо Д ещё верно пишет букву Т, но ошибается во всех остальных. Теперь ясно, что в слове ОКТАЭДР Сеня сделает 5 ошибок.



4. Пример с пятью дополнительными рейсами см. на рисунке справа. Можно доказать, что добавить меньше рейсов невозможно.

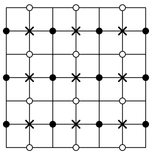
5. Обойдём озеро по кругу и напишем на деревьях буквы: А, Б, В, снова А, Б, В и т. д. Деревьев с каждой буквой будет по $2019:3=$ $=673$. Если бы сосен с каждой буквой было не более чем 336, то их всего было бы не более чем $336\cdot 3=1008$. А так как их 1009, то сосен с какой-то буквой (скажем, А) будет хотя бы 337.

Рассмотрим теперь только деревья с буквой А. Если какие-то две сосны стоят подряд, то задача решена – дерево с буквой В между ними удовлетворяет условиям. Если же между каждыми соседними соснами с буквой А растёт хотя бы по одной ёлке, то деревьев с буквой А будет не менее чем $337 \cdot 2 = 674$, а это не так.

6. Ответ: 3. Клетку в углу грани можно накрыть тремя способами (целиком в грани, с перегибом через одно ребро угла, с перегибом через другое ребро угла). Значит, каждая клетка накрыта *не более чем тремя квадратами*.

Приведём теперь пример, когда каждая клетка накрыта *ровно тремя квадратами*. Рассмотрим обычное покрытие куба квадратами, когда каждая грань покрыта девятью квадратами. Из обычного покрытия можно получить повёрнутое: оставим нетронутыми две противоположные грани, а на остальных четырёх гранях сдвинем все квадраты по кольцу на одну клетку. Так как пару противоположных граней можно выбрать тремя способами, то повёрнутых покрытий получится ровно три. Покажем, что не совпадают никакие два квадрата на покрытиях, повёрнутых по-разному.

Рассмотрим одну грань. На рисунке отмечены центры покрывающих её квадратов: крестиками, если она не сдвигалась, чёрными и белыми точками – если сдвигалась в одном или другом направлении. Видно, что никакие центры, а значит, и никакие квадраты не совпали.



7 класс

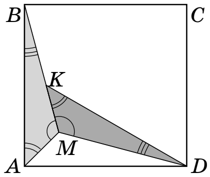
1. Ответ: в первый чемодан посадить тварей весом 10, 4, 3 кг; во второй – 9, 7, 2; в третий – 8, 6, 5. Этот способ единственный.

2. Ответ: слоны едят только круглые арбузы. Выясним сначала, сколько арбузов ест на завтрак каждое животное. По условию 5 слонов и 7 бегемотов съедают 31 арбуз, а 8 слонов и 4 бегемота – 28 арбузов. Мы видим, что если заменить трёх бегемотов на трёх слонов, то требуется на три арбуза меньше. Значит, 12 слонов съели бы $31 - 7 = 24$ арбуза (каждый по 2), а 12 бегемотов $31 + 5 = 36$ арбузов (каждый по 3).

В первой группе бегемоты съели $7 \cdot 3 = 21$ арбуз. Столько арбузов одной формы не было, значит, бегемоты едят арбузы любой формы, а привередливы слоны. Во второй группе слоны съели $8 \cdot 2 = 16$ арбузов. Столько кубических арбузов не было, значит, слоны предпочитают именно круглые арбузы.

3. Ответ: 120°, 45°, 15°. Заметим, что треугольник MAD тоже равен треугольнику MAB – по трём сторонам: сторона MA у них общая, $AD = AB$ как стороны квадрата, $MD = MB$ по условию (лежат напротив соответственных углов в равных треугольниках).

Значит, $\angle BAM = \angle MAD = 90°/2 = 45°$. В точке M сходятся три соответственных угла равных треугольников, поэтому $\angle AMB = 360°/3 = 120°$. Сумма углов треугольника равна 180°, значит, $\angle ABM = 180° - 120° - 45° = 15°$.

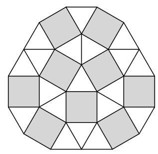


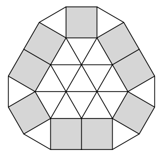
4. Ответ: Вася, причём вне зависимости от действий игроков. За ход две кучи заменяются на четыре, то есть число куч увеличивается на 2. В начале число куч было нечётным, поэтому, увеличиваясь на 2, оно всё время будет нечётным.

Если очередной ход сделать нельзя, то в двух самых больших кучках в сумме 2 или 3 камня. Тогда в остальных кучках по 1 камню, и их либо $120 - 3 = 117$, либо $120 - 2 = 118$. То есть в конце будет 119 куч (так как их нечётное количество).

Но чтобы получить 119 куч, надо сделать $(119 - 3) : 2 = 58$ ходов. Это число чётно, значит, последний ход сделал Вася (и он выиграл).

5. Ответ: Да, мог (см. рисунки).





6. Достаточно научиться переворачивать каждую монету (сохраняя положение остальных).

Покажем сначала, как перевернуть пару монет, между которыми лежит ровно 6 монет. Если мысленно объединить эту пару с монетами между ними, получится группа из 8 монет подряд. Перевернём в этой группе 7 левых монет, затем 7 правых. Тогда крайние монеты перевернутся по разу, а промежуточные дважды (то есть вернутся в исходное положение).

Пусть теперь мы хотим перевернуть какую-то одну монету, лежащую в левой половине (для правой половины рассуждения аналогичны). Посмотрим на семёрку монет, первая из которых – выбранная нами, следующая лежит через 6 монет, следующая – ещё через 6 и т. д.

Эта семёрка состоит из выбранной нами монеты и трёх пар, в которых монеты лежат с промежутками в 6. Поэтому мы можем перевернуть каждую из этих пар (как описано выше), а потом всю семёрку. В итоге положение сменит только выбранная монета.