КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, II ТУР

(«Квантик» № 4, 2019)

6. *В русском языке некоторые названия частей человеческого тела различаются одной буквой, например: кисть (руки) – кость, ресница – десница. Во второй паре одно из слов (десница «правая рука») – устаревшее. Найдите ещё одну так же устроенную пару, в которой оба слова – устаревшие.*

Эта пара – ***перст*** и ***перси***. Оба эти слова действительно устарели, в современном русском языке их заменяют слова *палец* и *грудь*. Однако некоторые производные от этих слов употребляются и сейчас – например, *перстень*, *напёрсток* и (уже тоже немножко устаревшее) *наперсник* «любимец правителя, пользующийся его особым доверием».

7. *Маленькой Маше 2 года и 2 месяца. Говоря об одном из своих любимых мультфильмов, Маша всегда добавляет в его название частицу* ***-ка****. Что это за мультфильм?*

Это мультфильм **«Ну, погоди!»**. Вероятно, Маша часто слышит от взрослых что-нибудь вроде *Ну-ка, перестань!*, *Ну-ка, отдай!* и т. п.

8. *– Двадцать два… двадцать три… двадцать четыре ____________________ … – громко считала мама.*

– Двадцать четыре __________________! – обрадовался маленький Лёва. – Прочитай мне их, пожалуйста!

– Ой, нет, – рассмеялась мама, – я не пишу, я шью.

Заполните пропуски в правильном порядке.

Пропущены слова ***стежка*** и ***стишка***. Мама шила и считала стежки, но поскольку слова *стежка* и *стишка* звучат одинаково ([с'т'и^{Э}шка]), Лёва решил, что речь идёт о стихах.

9. *«… озеро», «… вздох», «… старость» Какое прилагательное (в разных грамматических формах) мы пропустили?*

Это прилагательное ***глубокий***: *глубокое озеро*, *глубокий вздох*, *глубокая старость*.

10. *Слово ТАК означает «**плохо**». Слово СЯК тоже иногда можно заменить на плохо. А вот ТАК-СЯК означает «**более или менее; плохо, но не совсем**». Какое наречие мы заменили на ТАК-СЯК?*

Один из синонимов слова *плохо* – *худо* (например: *Ему пришлось худо* (= *плохо*), *но теперь уже всё хорошо*). Слово бедно тоже иногда можно заменить на плохо (например: Он был бедно (= плохо) одет). А вот наречие ***худо-бедно*** действительно означает не «плохо-преплохо», а «более или менее; плохо, но не совсем», например: *Он худо-бедно справился с заданием.*

НАШ КОНКУРС, IX ТУР

(«Квантик» № 5, 2019)

41. *Вставьте в пустые клетки различные числа от 1 до 10 так, чтобы получилось верное равенство:*

$$\square+\square\times\square+\square\times\square\times\square+\square\times\square\times\square\times\square=5167.$$

Ответ: $1+2\times3+4\times5\times6+7\times8\times9\times10=5167.$

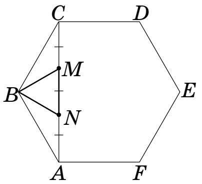
42. *На расстоянии 9 км друг от друга стоят шарикометатель и игломёт. Шарикометатель выпускает по воздушному шарику каждую минуту. Каждый шарик летит по прямой со скоростью $2\frac{1}{3}$ км/мин в направлении игломёта. Как только шарик оказывается в зоне поражения – на расстоянии не более 5 км от игломёта, – игломёт мгновенно его подстреливает. Правда, игломёту после каждого выстрела нужно $1\frac{2}{3}$ минуты, чтобы перезарядиться. Если в зоне поражения несколько шариков, лопается только ближайший к игломёту. Какой по счёту шарик всё-таки долетит до игломёта?*

Ответ: пятый. Первый шарик лопнет на расстоянии 5 км от игломёта. Каждый следующий шарик через минуту после лопания предыдущего будет на его месте, и за оставшиеся до перезарядки $\frac{2}{3}$ минуты продвинется на $\frac{14}{9}$ км. Тогда второй шарик лопнет на расстоянии в $5-\frac{14}{9}=\frac{31}{9}$ км, третий – $\frac{17}{9}$ км, четвёртый – $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ км, а пятый долетит до игломёта.

43. *Ребята два дня решали задачи. В первый день Петя решил задач в 2 раза меньше Васи и в 3 раза меньше Маши. Во второй день Маша решила задач в 2 раза меньше Пети и в 1,5 раза меньше Васи. Может ли быть так, что Вася решил больше задач, чем каждый из других ребят?*

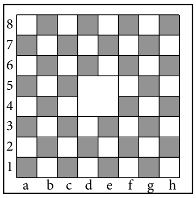
Ответ: нет. В первый день Маша решила 3/2 задач от числа задач, решённых Васей, а Петя – 1/2, то есть суммарно Маша и Петя решили в 2 раза больше Васи. То же наблюдается и во второй день, когда Маша решила 2/3 от числа задач, решённых Васей, а Петя – 4/3. Тогда Вася решил среднее арифметическое числа задач, решённых Машей и Петей, и тем самым не мог решить больше каждого из других.

44. *Точки M и N делят диагональ AC правильного шестиугольника ABCDEF на три* *равные части. Докажите, что треугольник MBN равносторонний.*



Углы при вершине правильного шестиугольника равны 120°, откуда углы BCA и BAC равнобедренного треугольника ABC равны 30°. Проведём из точки B отрезки BM' и BN' с концами M' и N' на AC так, чтобы углы CBM' и ABN' тоже были 30°. Тогда треугольники $BM'C$ и $BN'A$ равнобедренные и равны друг другу, откуда $CM'=BM'=BN'=AN'$, а треугольник $M'BN'$ – равнобедренный с углом 60° при вершине B, то есть равносторонний. Тогда $CM'=M'N'=N'A$, то есть $M=M'$ и $N=N'$.

45. *В шахматной доске 8×8 вырезали центральный квадрат размером 2×2 клетки.*



а) Какое наибольшее число ферзей, не бьющих друг друга, можно поставить на получившуюся доску? Приведите пример расстановки и докажите, что большее число ферзей расставить нельзя.

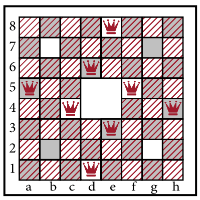
б) Сколько всего таких расстановок? Нарисуйте их все и докажите, что других нет.

(Ферзи бьют друг друга, если они находятся на одной клетчатой линии – вертикали, горизонтали или диагонали – и в этой линии нет вырезанных клеток.)

Ответ: а) 10; б) 4. В каждой вертикали, кроме двух центральных, стоит не более одного ферзя, а в каждой центральной вертикали – не более двух. Значит, всего ферзей не более 10.

Найдём все возможные расстановки 10 ферзей. В клетчатом прямоугольнике с углами в d1 и e3 должны стоять два ферзя. Их можно поставить двумя способами: в клетки d1 и e3 либо в клетки d3 и e1. Варианты зеркально симметричны, рассмотрим первый.

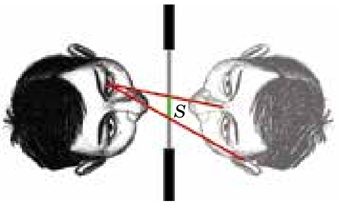
Тогда в прямоугольнике с углами f4 и h5 есть лишь две непобитые клетки: f5 и h4, и их должны занимать ещё два ферзя. Аналогично в прямоугольнике с углами d6 и e8 ферзи могут стоять лишь в d6 и e8, а в прямоугольнике с углами a4 и c5 – лишь в a5 и c4. Мы расставили 8 ферзей (см. рис.), и осталось 4 свободные клетки: b2, b7, g2, g7. В них можно поставить ещё двух ферзей двумя способами: либо b2 и g7, либо b7 и g2. Итак, в первом варианте получилось два способа, и в зеркальном ему втором варианте аналогично получится ещё два способа.



А сколько расстановок будет для ладей?

ШИРИНА ОТРАЖЕНИЯ («Квантик» № 5, 2019)

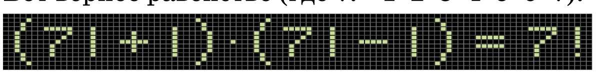
Чтобы увидеть своё лицо целиком, достаточно правым глазом увидеть левую половину лица, а левым – правую. Пусть голова будет прямо перед зеркалом, по центру, симметрично. Мысленно отразим голову относительно зеркала и проведём лучи из одного из глаз до соответствующей половины «зазеркального» лица (рисунок справа).



Нужно, чтобы оба крайних луча – первый (который идёт до переносицы) и второй (до скулы или уха) – пересекли зеркало, а не стену. Сдвинем переносицу от зеркала, а скулу или ухо – к зеркалу так, чтобы они оказались на линии глаз: тогда отрезок S, высекаемый лучами в зеркале, может в обе стороны лишь удлиниться. Ширина половины лица – 7,5 см, а длина S не превышает $\frac{7,5}{2}=3\frac{3}{4}$ см. Тогда, чтобы второй луч пересёк зеркало, достаточно, чтобы первый луч пересёк зеркало на расстоянии хотя бы $3\frac{3}{4}-3,5=\frac{1}{4}$ от центра. С другой стороны, первый луч должен пересечь зеркало на расстоянии не более 3,5 см от центра. То есть зрачок должен располагаться на расстоянии от $\frac{1}{2}$ до 7 см от переносицы. Но диаметр глаза явно больше 1 см, так что зрачок удалён от переносицы и от края лица хотя бы на $\frac{1}{2}$ см. Значит, отрезок S полностью помещается в зеркале, что и требовалось.

НЕИСПРАВНЫЙ ПИКСЕЛЬ («Квантик» № 6, 2019)

Был повреждён пиксель в правой части равенства, и знак факториала «!» превратился в 1. Вот верное равенство (где $7!=1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7$):



ДВОЙНЫЕ ЛЕТАЮЩИЕ ТАРЕЛКИ

На фото видны двойные отражения потолочных светильников в окне с двойным стеклом.

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

2. «Клюв» сверху квадрата совпадает по форме с дырой внизу. Отрезав этот «клюв» и закрыв им дыру, получим квадрат 4×4 площади 16.

3. У всех треугольников площадь равна 2.

4. Бесконечно много. Рассмотрим бесконечную полоску (рис. 1). У всех треугольников площадь равна $\frac{1}{2}$ (докажите).

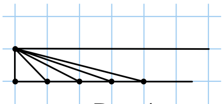


Рис. 1

5. Такой шестиугольник можно составить из 4 треугольников с площадью $\frac{1}{2}$ (рис. 2).

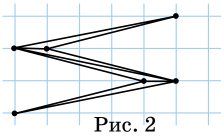


Рис. 2

6. Этот многоугольник разрезается диагоналями на треугольники с вершинами в узлах сетки. Аналогично решению задачи 1, любой такой треугольник достраивается до прямоугольника с помощью прямоугольников и прямоугольных треугольников, площади которых – целые или полуцелые числа.

7. Проведём высоту исходного треугольника из той же вершины, из которой проведена медиана. Она будет высотой и для двух меньших треугольников. При этом их стороны, к которым проведена эта высота, равны.

8. Рассмотрим 2 треугольника: синий и красный. У них 2 пары одинаковых сторон. Пусть в синем треугольнике угол между этими сторонами равен α. Тогда в красном треугольнике между ними угол $180° - \alpha$. Соединим эти треугольники так, чтобы они образовывали треугольник, разделённый медианой (рис. 3). Отсюда следует, что площадь красного равна площади любого синего.

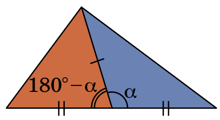
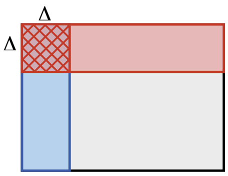


Рис. 3

ШОКОЛАДНОЕ ЗАНЯТИЕ

Мы уже знаем, что для любой шоколадки $m \times n$ второму достанется не меньше, чем первому. Теперь докажем, что если m и n одной чётности и $m \geqslant n$, то второй получит перевес хотя бы в n долек. Рассмотрим случаи хода первого.

1. Первый отдал полоску вдоль длинной (не меньшей) стороны, ширина полоски Δ. Тогда второй может отдать полоску той же ширины, что отломал первый, но от короткой (не большей) стороны. При этом за пару ходов перевес второго увеличивается хотя бы на $\Delta \times \Delta$, что заведомо не меньше Δ. Короткая сторона прямоугольника уменьшилась на Δ.



2. Первый отдал полоску ширины 1 вдоль короткой стороны. Тогда второй может отдать первому такую же полоску. При этом короткая сторона прямоугольника не изменится, так как она была короче хотя бы на 2, однако возможно, что прямоугольник станет квадратом.

3. Первый отдал полоску ширины более 1. Тогда второй может отдать полоску ширины 1 вдоль короткой стороны и сразу получить перевес хотя бы в n. Далее второй игрок может играть так, чтобы его перевес не уменьшился.

В первых двух случаях за пару ходов перевес второго увеличивается не меньше, чем уменьшается короткая сторона прямоугольника, и стороны шоколадки остаются одной чётности. В третьем случае перевес второго сразу увеличивается хотя бы на короткую сторону. Значит, за всю игру перевес второго составит не меньше, чем короткая сторона шоколадки.

Теперь легко доказать, что если m и n ($m > n$) разной чётности, то первый может добиться ничьей. Первый отломит вдоль короткой стороны полоску шириной 1. Тогда второй временно получит перевес в n долек, но после своего хода первый стал вторым, короткая сторона осталась равной n и чётность сторон сравнялась. Поэтому он может использовать данную выше стратегию и вернуть перевес в n долек обратно.

ОДИН – МНОГО

Однодворцем изначально называли человека, который владел маленьким участком земли, «одним двором», и не имел зависимых крестьян. Сейчас так иногда называют и живущих в одном дворе.

МАТЕМАТИК ИЗ «НЕЗАБУДКИ»

Когда под исходным числом зритель написал второе число (241), вы написали третье число (758), дающее в сумме со вторым 999. Значит, в итоге получится число, большее исходного на 999, независимо от второго числа. Это число вы и написали на бумажке: вы вычли 1 из исходного числа и прибавили 1000, потому что приписать 1 слева от трёхзначного числа – то же самое, что прибавить к нему 1000.

ЛОЖКА ДЁГТЯ В БОЧКЕ МЁДА

Собрать куб можно единственным способом, решение показано с двух противоположных сторон на рисунке (элемент типа Б синий).