

ЧТО НЕ ТАК С УГАДЫВАНИЕМ ШЛЯП?

– Привет, друзья, я рад что вы снова у экранов телевизоров! Впрочем, отсюда мне вас совершенно не видно. С вами Горгулий, научный обозреватель «Самого первого канала». Очередная программа «Что не так?», посвящённая ломке стереотипов и ниспровержению стандартов научного мировоззрения, готова порадовать зрителей незабываемым феерическим выпуском.

По традиции мы выбираем тему программы среди вопросов, присланных телезрителями. «Что не так с угадыванием шляп?» – спрашивает нас телезритель Пинок Тухх. Отвечает на вопрос наш эксперт по вопросам неадекватности дятел Спятел! Прошу вас, маэстро.

– Добрый вечер, уважаемые телезрители. Прежде всего, для правильной расстановки акцентов мне хотелось бы уточнить, что я являюсь экспертом по вопросам адекватности. Если наш ведущий будет продолжать путаницу, то в следующем выпуске нам придётся обсудить вопрос «Что не так с нашим ведущим»? Ясно?

– Извините, извините, дорогой маэстро. Я надеюсь загладить свою вину, смотрите: в этой коробке лежит несколько чёрных и белых шляп, они могут существенно повисить адекватность нашего разбирательства.

– Тогда приступим к конкурсу «Угадывание». Я попрошу оператора показать крупным планом насекомое *Musca domestica*.

– Это же обычная домашняя муха!

– Совершенно верно. Итак, уважаемые телезрители, пока вы любовались мухой, ассистенты надели на меня и на Горгулия по шляпе. Вам прекрасно видны цвета обеих шляп, а я хорошо вижу шляпу Горгулия, но, увы, не могу понять, какого цвета шляпа на мне.

– Я тоже не знаю цвета своей шляпы, – подхватил Горгулий, – но при этом прекрасно вижу шляпу дятла Спятла. И что же мы будем угадывать?

– По правилам конкурса мы должны, не разговаривая и не подавая друг другу никаких сигналов, попытаться угадать цвет своей шляпы. У каждого из нас есть пульт с кнопками «Чёрная» и «Белая», мы должны незаметно нажать на одну из кнопок!

– Но, маэстро, вряд ли нам обоим удастся угадать. О цвете своей шляпы у нас нет никакой информации!



– Правильно. Но если хоть один из нас угадает, это будет считаться нашей победой в конкурсе!

– Что-то тут не так. Каждый из нас вообще ничего не знает о цвете своей шляпы. Как же мы сможем хоть что-нибудь угадать?

– Вы забываете, что один из нас является выдающимся экспертом по вопросам адекватности! Конечно, мы сможем преодолеть этот конкурс! И дело тут вовсе не в большом зеркале, которое не видно телезрителям, но прекрасно видно нам. Мы сможем выиграть этот конкурс... с помощью интеллекта! В самом деле, дорогие телезрители, согласитесь, что имеется всего лишь две возможности – либо наши шляпы одинакового цвета, либо разного. Сейчас мы будем нажимать на кнопки, причём я выберу кнопку, исходя из предположения, что наши шляпы одинакового цвета, а мой коллега будет исходить из того, что цвета разные! Мы не знаем, какая из этих гипотез осуществилась на самом деле, но одна из гипотез точно осуществилась, и тот, кто придерживался этой гипотезы, угадает цвет!

– Маэстро, это потрясающе. Но что мы будем делать, если наш телезритель Пинок Тухх попросит провести конкурс, в котором шляпы будут не двух, а, скажем, восьми цветов?

– Мы позовём ещё 6 друзей и проведём аналогичный конкурс ввосьмером! На каждого из восьми участников помощники наденут шляпу одного из 8 цветов, каждый будет видеть шляпы у остальных, но не свою собственную. И точно так же нужно, чтобы хотя бы один участник угадал цвет своей шляпы!

– Пультики приготовить с восемью кнопками?

– Да. А чтобы не путаться с цветами, лучше просто поместить на каждой шляпе число от 0 до 7 и угадывать не цвет, а число на шляпе.

– Неужели мы справимся?

– Элементарно. Мы разобьём все возможные расклады шляп на 8 взаимоисключающих случаев: либо сумма чисел на всех шляпах делится на 8, либо сумма даёт остаток 1 при делении на 8, либо остаток 2 и т.д., последняя, восьмая, возможность – сумма даёт остаток 7. Каждый из нас возьмёт по одной гипотезе и будет её проверять. Например, если мне досталась





гипотеза «сумма даёт остаток 2», то я складываю все числа, которые вижу у остальных, и называю в качестве гипотезы «что у меня?» число, которое нужно добавить к этой сумме, чтобы получился остаток 2.

– Кажется, мы действительно выиграем этот конкурс. Если я правильно догадался, по вашему алгоритму всегда угадывает ровно один участник. Каждый «берёт на себя» $1/8$ от числа всех возможных раскладов шляп и угадывает только на них. А если мы увеличим число цветов шляп, не изменив число участников – например, будем давать участникам шляпы девяти цветов, – баланс нарушится, они смогут победить лишь в $8/9$ всех случаев. Но всё же: думаю, мы просто обязаны удовлетворить любопытство телезрителя, Пинока нашего Тухха, и объяснить, нельзя ли хоть немного увеличить число шляп, оставив количество участников конкурса прежним?

– Да вы просто маньяк с этим вашим Туххом. Можно! Но при условии, что одним участникам вы будете давать шляпы существенно большего количества цветов, а другим – шляпы меньшего числа цветов.

– Отличная сделка! Согласен. Это будет впечатляющее зрелище. Сейчас же закажу подходящий комплект шляп, и мы продемонстрируем это зрителям. Давайте позвём автора нашего вопроса Пинока Тухха в студию, и наибольшее число шляп дадим ему! Сколько это будет? Сто? Двести?

– Хе-хе, боюсь, ответ может вам показаться неприемлемым. Во всяком случае, он больше.

– Сколько же? Тысяча? Миллион? Миллиард?

– Видите ли, дорогой Горгулий, ваши приёмы работы, несомненно, производят впечатление. Но подозреваю, что Пиноку Тухху ваш энтузиазм... не придётся по душе. Вы наивно полагаете, что сумеете прочесть число, являющееся ответом на ваш вопрос. Но так ли это? Первый участник нашего конкурса будет получать шляпы всего двух цветов. Пожалуй, это буду я. Второму участнику – не возражаю, если это будете вы, – будут давать шляпы трёх цветов.

– Не нагнетайте, маэстро, я вполне готов отвечать за свои слова и займу почётное предпоследнее место.

– Хорошо. Третий участник должен осилить шляпы 7 цветов, четвёртый – шляпы 43 цветов...

– Ой.

– Пятой – шляпы 1807 цветов, шестой – шляпы 3 263 443 цветов...

– Ой, ой, ой...

– Седьмому участнику, то есть вам, мой самоуверенный друг, придётся иметь дело со шляпами 10 650 056 950 807 цветов...

– Десять триллионов с хвостиком...

– Это сущая мелочь по сравнению с тем, что мы приготовили восьмому участнику – Пинокю вашему незабвенному Тухху, – количество его цветов равно 27-значному числу, вот оно:

113 423 713 055 421 844 361 000 442.

– Мама...

– И обратите внимание, как виртуозно у нас всё подобрано: при любом раскладе шляп будет угадывать ровно один участник, при этом первый участник будет угадывать ровно на половине всех раскладов, второй – на одной трети, и т.д. Стоит ли говорить, что сумма обратных величин указанных чисел в точности равна 1! Есть только один подвох...

– Ещё один? Какой же?

– Алгоритм, с помощью которого мы можем выиграть. Он... не совсем очевиден.

– Ааааа! Уважаемые телезрители, мы опять испытываем проблемы с адекватным завершением нашей программы. Безобиднейшая игра с двумя шляпами довела нас до умопомрачительного количества цветов! Мы не можем ничего сделать с этим числом, мы даже затрудняемся прочесть его вслух. Кажется, вопрос нашего телезрителя опять остаётся без ответа! Пойдите, я сказал «нашего телезрителя»? Маэстро, признавайтесь, это опять ваши происки? Вы опять, скрываясь под псевдонимом, прислали вопрос, чтобы нарушить спокойное течение нашей передачи?

– Нет-нет, я не имею никакого отношения к случившемуся сегодня. Хотя, вы знаете... Недавно я рассказал Бусеньке о том, как легко и приятно вводить вас в ступор с помощью безобидного на вид вопроса...

От редакции. Попробуйте для начала разобраться, как выиграть в конкурсе трёх мудрецов, если первому надевают шляпы одного из двух цветов, а второму и третьему – одного из четырёх.

