КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, IV ТУР
(«Квантик» № 10, 2019)

16. *После одного примечательного случая разбойник Мерзавио очень полюбил игру слов. «Не буду-ка я больше спрашивать "Кошелёк или жизнь?", – решил он однажды. – Буду лучше спрашивать "АЛЬФА или БЕТА?": смысл, в общем, тот же самый, зато как красиво – слова отличаются только последней буквой». Как стал звучать вопрос Мерзавио?*

Вопрос «Кошелёк или жизнь?» означает нечто вроде «Отдавай деньги, или мы отправим тебя на тот свет!» Полюбив игру слов, находчивый Мерзавио заменил этот вопрос вопросом **«Казна или казнь?»**: смысл, действительно, получался примерно тот же самый.

Добавим, что участники конкурса предложили свой вариант вопроса, мало чем уступающий варианту Мерзавио: **«Гроб или грош?»**

17. *В написанной в начале XVII века «Грамматике» Мелетия Смотрицкого о знаменитом византийском церковном деятеле Николае Студите говорится: «От юныя версты предаста его родителя учитися книгам». Что здесь означает слово «верста»? Какое слово современного русского языка вы можете привести в подтверждение? Кратко поясните ответ.*

Приведённая фраза, очевидно, значит «С юного ... родители отдали его учиться книгам (то есть грамоте)». По контексту понятно, что слово *верста* имеет здесь значение **«возраст»**. Подтверждением этой догадки может служить слово ***сверстник*** – «человек (примерно) одного возраста с кем-то».

18. *Первоначальное значение каждого из этих слов можно передать примерно как «Ходил столько-то раз». Напишите любое из этих слов.*

Эти слова – наречия ***дважды***, ***трижды***, ***четырежды***; в древнерусском языке они выглядели как *дъвашьды* и т.д. Часть *-шьды* происходит от корня *-шед-* со значением «ходить» (ср. *шедший*).

19. *«Почему по-русски, когда хотят наотрез отказаться от какого-нибудь предложения, говорят "________________!"? Это же означает "Даю больше, добавляю!"!» – с удивлением спросил иностранец Джон, не очень давно начавший учить русский язык. Заполните пропуск.*

Джона удивило выражение **«Вот ещё!»**. Это выражение действительно может значить «Даю больше, добавляю!» (– *Ты уже съел весь мёд и всё сгущённое молоко? Не огорчайся, вот ещё!*), но куда чаще оно используется в качестве не слишком вежливого способа выразить категорический отказ: – *Хочешь пойти со мной на олимпиаду по математике? – Вот ещё!*

20. *Один маленький мальчик рассказывает: «Заглавные – это такие маленькие-маленькие послушные буковки...»*

– Почему же ты думаешь, что заглавные буквы – маленькие и послушные?

– Ну как же: заглавные буквы – это такие, которые идут...

Закончите объяснение мальчика двумя словами.

Как нередко бывает в случае детских «этимологических гипотез», герой задачи рассуждал по-своему вполне логично: «Заглавные – это такие маленькие-маленькие послушные буковки, которые идут **за главной**» (подходят также ответы «...за главным» и «...за главными»).

НАШ КОНКУРС, III ТУР
(«Квантик» № 11, 2019)

11. *Семь камней весом 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 тонн можно перевезти в нескольких грузовиках одинаковой грузоподъёмности. Хватит ли для перевозки четырёх таких грузовиков?*

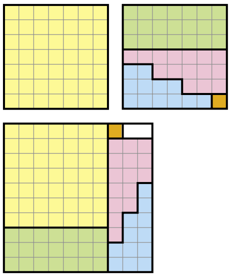
Ответ: да. Камень в 7 тонн помещается в грузовике, поэтому грузоподъёмность каждого грузовика – хотя бы 7 тонн. Поместим в 1-й грузовик камни в 1 и 6 тонн, во 2-й – 2 и 5 тонн, в 3-й – 3 и 4 тонны, а в 4-й – один камень в 7 тонн.

12. *Петя и Вася тренируются на кольцевом велотреке: одновременно стартовали из одной и той же точки и едут с постоянными скоростями. Петя едет быстрее Васи. Когда Петя прошёл 16 кругов, он встретил в точке старта Васю. А когда Вася прошёл 16 кругов, он встретил в точке старта Петю. Верно ли, что Вася после каждого круга встречал в точке старта Петю?*

Ответ: да. Пусть за 16 кругов Пети Вася прошёл a кругов, а за 16 кругов Васи Петя прошёл b кругов. Отношение их скоростей равно $16/a = b/16$, то есть $ab = 16 \cdot 16 = 2^8$, откуда оба числа a и b – степени двойки. Петя едет быстрее Васи, поэтому $b > 16$. Значит, b делится на 16. Пока Вася проезжает 1 круг, Петя проезжает $b/16$ кругов и оказывается в точке старта.

13. *У Саши есть два клетчатых квадрата 7×7. Ему нужно разрезать их по линиям сет-*

ки на части так, чтобы частей получилось не более пяти и их можно было уложить в один слой в коробку 10×10. Есть ли способ выполнить это задание?



Ответ: да, см. рисунок. Решите ту же задачу, чтобы получилось 4 части.

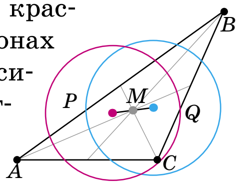
14. *Квантик и Ноутик загадали по натуральному числу и сказали их Серёже. Серёжа в ответ назвал число 2020 и сказал, что это либо сумма, либо произведение услышанных им чисел. Ноутик подумал и сказал, что не знает, какое число загадал Квантик. Квантик услышал это, но всё равно не смог узнать, какое число загадал Ноутик. Какое число загадал Квантик?*

Ответ: 1010. Числа, загаданные Квантиком и Ноутиком – делители 2020, иначе было бы понятно, что 2020 – это сумма, а не произведение, и по одному загаданному числу можно было бы восстановить другое. Также ясно, что ни у кого число не равно 2020, а значит, оба числа не превышают 1010 (они в целое число раз меньше 2020, то есть хотя бы в 2 раза меньше).

Квантик всё это мог установить по ответу Ноутика, но всё равно не определил число Ноутика. Значит, он не знал, 2020 – сумма или произведение загаданных чисел. Но 2020 могло быть суммой загаданных чисел, только если оба равны 1010, так что число Квантика равно 1010.

15. *На каждой из сторон треугольника ABC выбраны красная и синяя точки так, что красная точка делит сторону в отношении 2:1, а синяя – в отношении 1:2 (если обходить треугольник по часовой стрелке). Через красные точки провели окружность, и через синие – тоже. Докажите, что отрезок, соединяющий центры этих окружностей, проходит через точку пересечения медиан треугольника ABC.*

Пусть M – точка пересечения медиан ABC. Докажем, что точки на сторонах ABC разбиваются на пары «красная – синяя», где точки в паре симметричны относительно M. В итоге «красный» треугольник (с красными вершинами на сторонах ABC) будет симметричен «синему» относительно M, а тогда симметричны и окружности, и их центры.

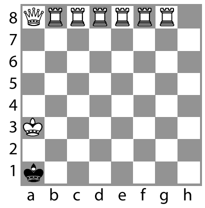


Итак, рассмотрим одну пару – точки P и Q на рисунке (остальные случаи аналогичны). Каждая делит свою сторону в отношении 2:1, считая от вершины B, но и M делит медиану, выходящую из B, в том же отношении. По обратной теореме Фалеса прямые PM и QM параллельны AC, откуда P, M и Q лежат на одной прямой. Кроме того, отрезки PM и MQ оба в 1,5 раза меньше половины AC, то есть равны. Это и значит, что P и Q симметричны относительно M.

ТРИ ШАХМАТНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ

(«Квантик» № 12, 2019)

Семь шагов короля. Один из возможных ответов дан справа. Мат ставится так:



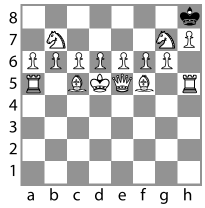
1. Кр a3-b3+ Кр a1-b1
2. Кр b3-c3+ Кр b1-c1

…

7. Кр g3-h3 ×

Белый король прогуливается по третьей горизонтали, а несчастный чёрный король обречённо плетётся за ним, прячась в его «тени» от неумолимых шахов. И так до рокового финала…

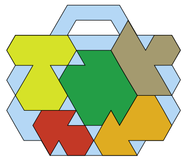
Все на одного! Один из ответов см. справа. Ферзь и король поменялись местами не случайно – это необходимо в случае первого хода белых пешкой на f7. В итоге любой ход белых приводит к пату.



Ищи «вторую половинку». Фраза оканчивается так: «… а потому не следует их поощрять».

КОРЗИНА ГРИБОВ

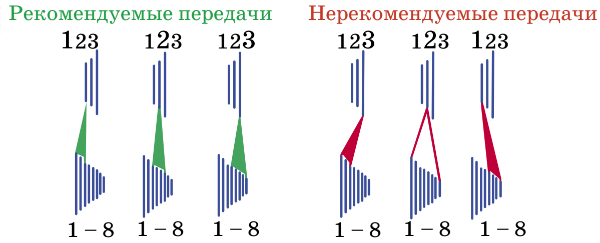
(«Квантик» № 12, 2019)



ВЕЛОСИПЕДНЫЕ ЗВЁЗДОЧКИ

(«Квантик» № 12, 2019)

На рисунке схематически изображены звёздочки велосипеда. На педали они увеличиваются слева направо (верхняя часть рисунка), а на колесе – справа налево (нижняя часть). Так сделано, чтобы любую передачу (скорость) можно было включить, не перекашивая цепь. Скажем, две самые левые звёздочки (маленькая у педали и большая у колеса) – едем очень медленно, две самые правые – едем очень быстро. Эти и близкие к ним варианты отмечены зелёным. А красные варианты не нужны – тот же эффект даёт один из «зелёных» способов.



Но если бы возрастание звёздочек на педали и колесе шло в одну сторону, то для установки некоторых скоростей пришлось бы перекашивать цепь, и она бы больше изнашивалась и слетала.

МАГНИТНЫЕ ЦИФРЫ НА МАГНИТНОЙ ДОСКЕ

а) $2^3 + 1 = 3^2$. б) $2^3 + 1^3 = 3^2$. в) Да: надо взять равенство из пункта б) и все оставшиеся цифры поставить за тройкой в показателе степени у 1.

НАИВНАЯ ФИЗИКА

1. Тёмные стволы деревьев быстрее нагреваются на солнце, чем белый снег, и начинают греть то, что вокруг них (уже не излучением, а просто теплообменом). А почему стволы быстрее нагреваются? Потому что любая тёмная поверхность поглощает бóльшую часть всех падающих на неё лучей – оттого она и кажется нам тёмной. Идеально чёрная поверхность поглощала бы все лучи, ничего бы не отражала, и нам в глаза от неё ни один лучик света не попадал бы. А белая поверхность, в том числе и снег, – наоборот, отражает почти все лучи. Посветишь на неё жёлтым цветом – она покажется жёлтой, посветишь красным – красной… Это свойство всё отражать мы и называем: белый цвет.

2. Бревно легче не вообще какой-то воды, а такого количества воды, которое занимает одинаковый с ним объём. (Поэтому оно не тонет: оно погружается в воду настолько, чтобы вытесненная им вода весила столько же, сколько всё бревно.) А монетка тяжелее такого количества воды, которое помещается в её объёме, то есть гораздо меньшего. Так что всё в порядке.

Чтобы не возиться с объёмами, нужно сравнивать не вес, а плотность, то есть массу в единице объёма. Когда говорят «бревно легче воды», это как раз значит, что плотность у него меньше плотности воды. А у монетки – больше.

3. Если открыть окно, воздух из корабля тут же улетучится наружу – ведь снаружи нет воздуха; внутри давление атмосферное, а снаружи – ноль. Поэтому вместо окон – намертво запаянные, прочные иллюминаторы. А вместо двери – шлюз: две герметично закрывающиеся двери на небольшом расстоянии друг от друга. Когда нужно выйти (или войти), сначала открывают одну дверь, выходят в отсек между дверьми и первую дверь запирают. Потом уже открывают вторую.

На Земле так устроены шлюзы на судоходных реках: в местах, где большой перепад высот, в обход перекатов строят канал с двумя воротами. Когда открыты верхние ворота, уровень воды в канале высокий, и в него заходят суда, идущие сверху вниз по течению. Затем верхние ворота закрывают, воду из канала сливают через небольшое отверстие – уровень воды падает, и тогда открывают нижние ворота, корабль плывёт дальше.

А в сельских домах давным-давно помогали беречь тепло «шлюзы» – сени и двойные двери.

4. Лампочка горит потому, что через неё проходит электрический ток (то есть заряженные частицы). Вот и нужно два провода: по одному ток втекает, по другому – вытекает!

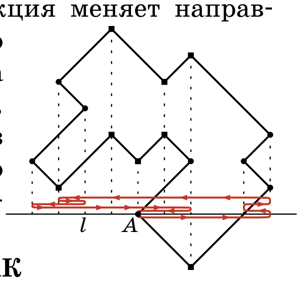
На самом деле всё сложнее. В электросети в домах – и в розетках, и в лампочках – ток не постоянный, а переменный. Это значит, что заряженные частицы (электроны) не «бегут» всё время в одну сторону по проводу, а «дёргаются» туда-сюда. Сто раз в секунду (буквально!) ток меняет направление движения на противоположное. Но всё равно, чтобы ток в каждый момент куда-то тёк, нужен перепад напряжения на двух концах нити накаливания – как перепад высот в реке нужен, чтобы вода в ней текла, а не стояла на месте. Между двумя проводами, ведущими к лампочке, всегда есть этот перепад. Он и заставляет ток течь через лампочку.

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫЕ БИССЕКТРИСЫ

Решение 1. Расположим многоугольник так, чтобы его стороны были горизонтальны и вертикальны. Все вершины многоугольника делятся на 4 типа: ┌, ┐, └, ┘. Докажем, что суммарное число вершин типа 2 и 3 чётно (и 1 и 4 тоже). Отсюда будет следовать утверждение задачи: можно считать, что нам дана вершина A типа 1, а тогда не дружные с ней – вершины типа 2 и 3.

Пусть вертикальных сторон k, тогда горизонтальных сторон тоже k. У любой горизонтальной стороны правый конец может быть только типа 2 или 4. Всего левых вершин у горизонтальных сторон столько же, сколько самих сторон, то есть k, откуда суммарное число вершин типа 2 и 4 равно k. Пусть вершин типа 2 всего x, тогда вершин типа 4 всего $k-x$. Рассматривая нижние концы вертикальных сторон, получаем аналогично, что вершин типа 3 и 4 всего k, откуда вершин типа 3 всего $k-(k-x)$, то есть x. Но тогда вершин типа 2 и 3 всего $2x$ (чётное число), а это и есть вершины, которые не дружны с A.

Решение 2. Расположим многоугольник так, чтобы биссектриса l данной вершины A была горизонтальна. Пусть некая точка движется по периметру многоугольника с постоянной скоростью, начав и закончив в вершине A. Тогда её проекция на l также движется с постоянной скоростью, причём проекция меняет направление движения ровно в те моменты, когда точка проходит через вершину, дружную с A, или через саму A. Учитывая, что всего вершин чётное число, получаем требуемое.



ЧЕТВЁРТЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Упражнение 1. В обоих пунктах треугольник определяется однозначно, так как:

а) для равенства равнобедренных треугольников достаточно равенства боковых сторон и любой пары соответствующих углов;

б) угол, равный α, заведомо лежит напротив большей стороны треугольника.

Упражнение 2. Ответ: а) да; б) нет.

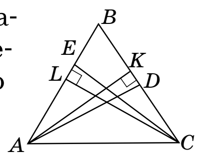
а) Все треугольники со сторонами 3 и 4 и углом 15°, лежащим напротив большей из данных сторон, между собой равны.

б) Заданный угол лежит напротив меньшей из данных сторон, поэтому есть два неравных треугольника, удовлетворяющих условию.

Упражнение 3. Ответ не изменится. Например, можно на рисунке 2, *а* провести из вершины B общую высоту треугольников ABC_1 и ABC_2.

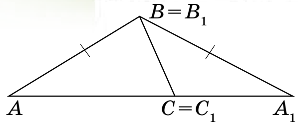
Задачи для самостоятельного решения

1. Ответ: нет. Рассмотрим, например, равносторонний треугольник ABC и проведём его высоты AK и CL (см. рисунок).



На отрезках BL и CK отметим точки E и D соответственно так, что $EL=DK$. Тогда прямоугольные треугольники AKD и CLE равны (по двум катетам), поэтому $AD=CE$. Но AE больше половины боковой стороны треугольника, а CD – меньше, то есть $AE>CD$.

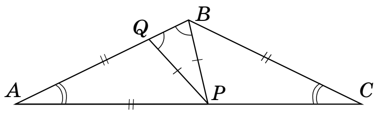
2. Ответ: верно. Приложим данные треугольники друг к другу так, чтобы совпали вершины B и B_1, C и C_1, а вершины A и A_1 оказались в разных полуплоскостях относительно прямой BC (см. рисунок).



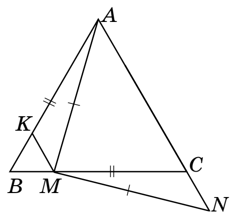
Так как $\angle C+\angle C_1=180°$, точки A, C и A_1 лежат на одной прямой. Значит, получился равнобедренный треугольник ABA_1, в котором углы A и A_1 при основании равны.

Доказанное утверждение в каком-то смысле обратно к общему утверждению из статьи.

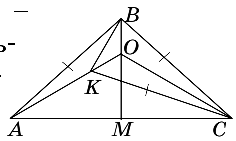
3. Из условия следует, что $BC=AB=AP$ и $\angle BCA=\angle BAC$ (см. рисунок). Докажем равенство треугольников AQP и CPB, из которого и будет следовать, что $AQ=CP$. В этих треугольниках $AP=BC$ и $QP=PB$. Так как $\angle QAP=$ $=\angle PCB$, то либо треугольники AQP и CPB равны, либо $\angle AQP+\angle CPB=180°$. Но второй случай невозможен, поскольку $\angle AQP>90°$ как внешний угол при основании BQ равнобедренного треугольника BPQ, а $\angle CPB>90°$ как внешний угол при основании BP равнобедренного треугольника BAP.



4. Через точку M проведём прямую, параллельную AC, которая пересечёт AB в точке K (см. рисунок). Тогда треугольник BMK тоже равносторонний, откуда $\angle AKM=$ $=120°=\angle MCN$. Кроме того, $AM=MN$ и $AK=AB-BK=AC-BM=MC$. Так как углы AKM и MCN – тупые, то треугольники AKM и MCN равны по четвёртому признаку. Следовательно, $BM=CN$.



5. Ответ: 150°. Пусть BM – высота и медиана треугольника ABC, которая пересекает прямую AK в точке O (см. рисунок).



Треугольник AOC также равнобедренный, поэтому $\angle MOC=$ $=\angle MOA=60°$. Значит, $\angle BOC=120°=\angle KOC$, откуда треугольники BOC и KOC равны (по четвёртому признаку). Значит, $OB=OK$, тогда $\angle OKB=\angle OBK=30°$ и $\angle AKB=150°$.

Отметим, что K обязана лежать между A и O – иначе угол CKB был бы тупым, а это угол при основании равнобедренного треугольника.