

СВОИМИ РУКАМИ

СТРОИМ ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

А. Щетников

Сумеете ли вы разделить окружность на несколько равных частей? Знаете, как построить правильный многоугольник или звёздочку? Такие построения не только красивы, но и поучительны. Чтобы научиться их выполнять, возьмите чистый лист бумаги, циркуль, линейку и сделайте все чертежи самостоятельно, сверяясь с приведённым здесь описанием.

Обратите внимание: для всех построений школьной геометрии принято использовать линейку без делений. С помощью такой линейки можно провести на плоскости прямую линию через две уже отмеченные точки, а вот расстояния измерять нельзя. Ну а циркуль – это самый обычный циркуль для проведения окружностей.

Напомним, что правильным называется многоугольник, у которого все стороны равны и все углы равны. Вокруг него можно описать окружность (на которой окажутся все его вершины). При этом вершины разделят окружность на равные дуги.

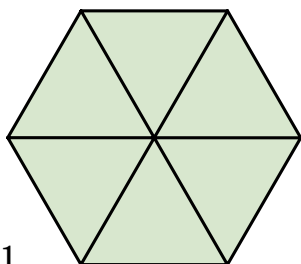


Рис. 1

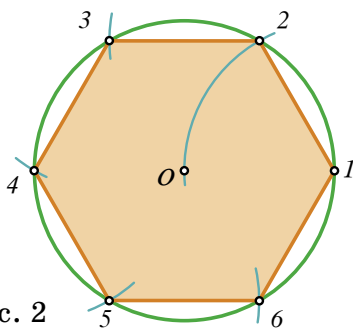


Рис. 2

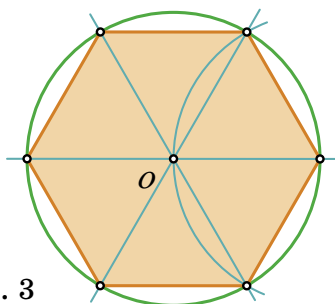
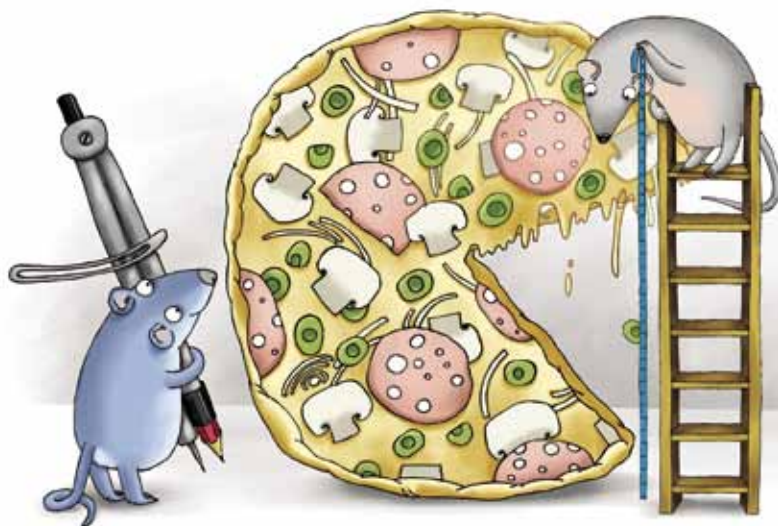


Рис. 3

ПРАВИЛЬНЫЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

Правильный шестиугольник можно получить, составив вместе шесть равносторонних треугольников, как показано на рисунке 1 (подумайте, почему). Значит, его сторона будет равна радиусу окружности, в которую он вписывается. Поэтому построить его можно так: нарисуем окружность, отметим на ней произвольную точку, а потом, не меняя раствора циркуля, сделаем на окружности последовательные засечки, как показано на рисунке 2. А можно и немного по-другому, как показано на рисунке 3: отметим одну вершину будущего шестиугольника, найдём две соседние с ней вершины с помощью засечек циркуля; а три оставшиеся вершины найдём, проведя диаметры через уже отмеченные вершины и центр окружности.



СВОИМИ РУКАМИ

ПРАВИЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК и ПРАВИЛЬНЫЙ ДВЕНАДЦАТИУГОЛЬНИК

Рецепт построения вписанного в окружность равностороннего треугольника совсем прост: впишите в окружность правильный шестиугольник и возьмите его вершины через одну.

Разделив окружность на 6 равных частей, мы можем разделить её затем последовательно на 12, 24, 48 и т. д. равных частей, на каждом шаге деля пополам уже имеющиеся дуги.

Принцип деления пополам произвольной дуги AB показан на рисунке 4. Две точки A и B разбивают окружность на две дуги; одна из этих дуг делится пополам точкой C_1 , а другая – точкой C_2 . Рисунок 4 ещё не раз нам поможет.

Взгляните на рисунок 5. На нём показано, как из уже построенных шести равных дуг окружности получить двенадцать равных (красным цветом выделены вершины ранее построенного шестиугольника). Мы просто делим каждую дугу пополам. Заметили, что на рисунке 5 несколько раз встречается рисунок 4?

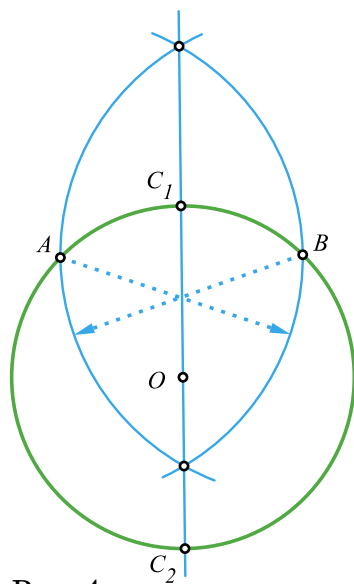


Рис. 4

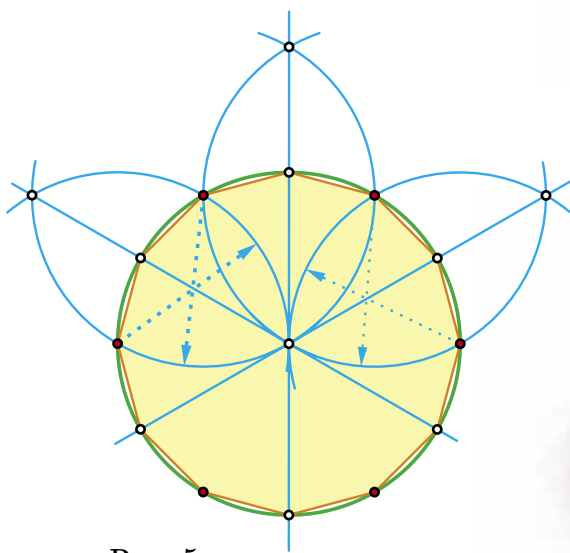
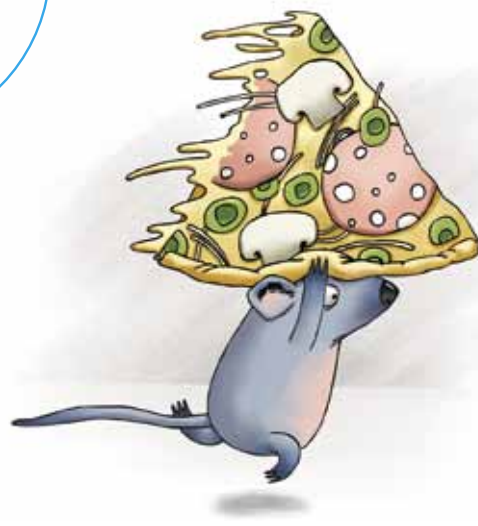
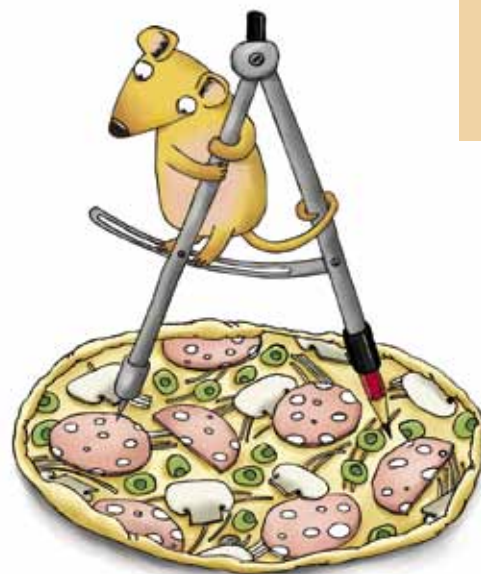


Рис. 5



СВОИМИ РУКАМИ

ПРАВИЛЬНЫЙ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК и ПРАВИЛЬНЫЙ ВОСЬМИУГОЛЬНИК

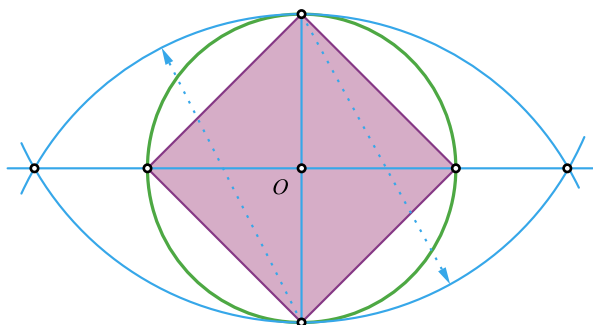


Рис. 6

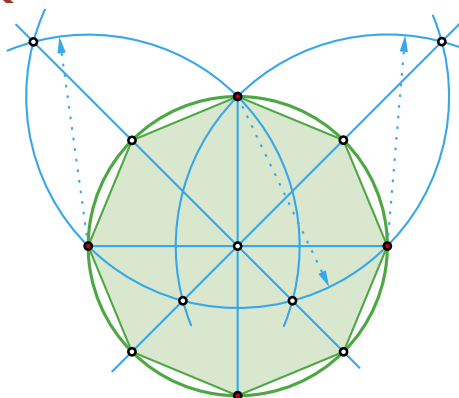


Рис. 7

Разделить окружность на две равные части совсем просто – надо провести любой диаметр. После того как диаметр проведён, последовательным делением дуг пополам мы можем найти вершины правильного четырёхугольника – квадрата (рис. 6), правильного восьмиугольника (рис. 7), правильного шестнадцатиугольника и т. д. Найдите, где на рисунках 6 и 7 встречается рисунок 4.

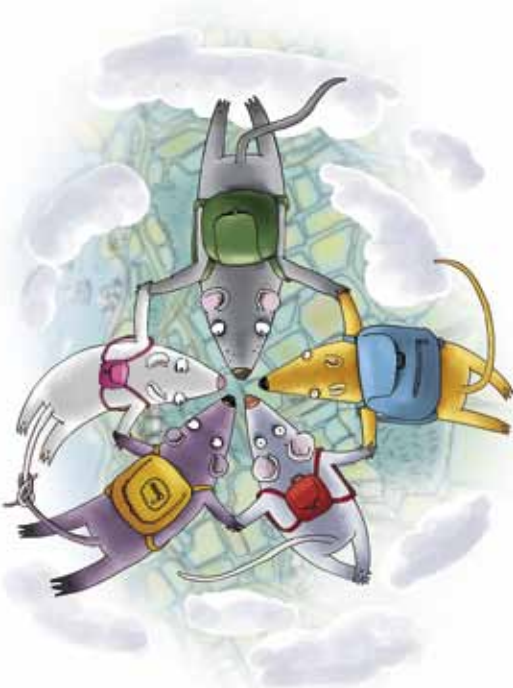
ПРАВИЛЬНЫЙ ПЯТИУГОЛЬНИК

Математики доказали, что окружность можно разделить с помощью циркуля и линейки далеко не на всякое число равных частей. Например, мы не сможем разделить её ни на семь, ни на девять равных частей – циркулем и линейкой эти построения невыполнимы.

А вот на пять равных частей с помощью циркуля и линейки окружность разделить можно! Это открытие было сделано древнегреческими геометрами – учениками Пифагора. Предполагают даже, что пятиконечная звезда служила опознавательным знаком пифагорейского союза.

Почему приведённое построение является верным, непосвящённому читателю понять довольно трудно: оно похоже на какой-то странный фокус. Доказать его справедливость вы сможете, когда будете учиться в старших классах – впрочем, и тогда это доказательство не покажется вам слишком простым.

Чтобы разделить окружность на пять равных частей, построим в ней два взаимно перпендикулярных диаметра AB и CD , как мы уже делали это при построении вписан-



СВОИМИ РУКАМИ

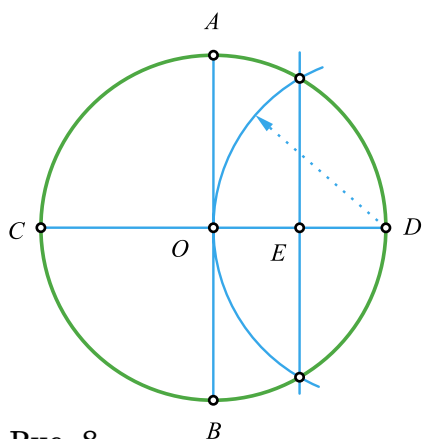


Рис. 8

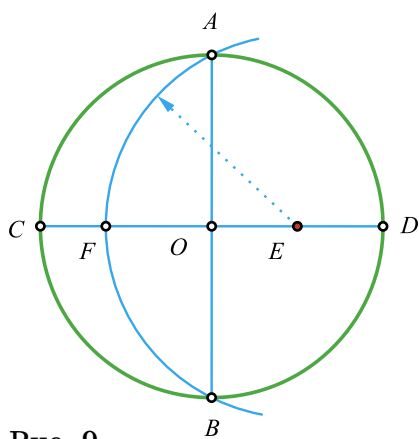


Рис. 9

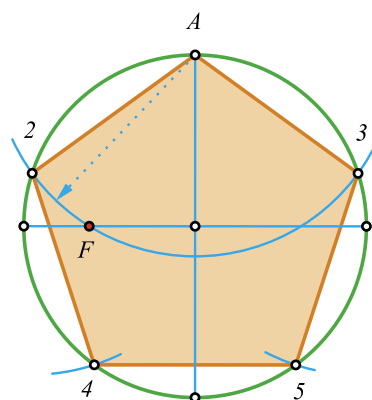


Рис. 10

ного квадрата. Радиус OD разделим пополам точкой E , как показано на рисунке 8. Проведём дугу окружности с центром E и радиусом EA ; эта дуга пересечёт диаметр CD в точке F (рис. 9). Оказывается, что отрезок AF будет служить стороной вписанного в окружность правильного пятиугольника. Постройте сначала вершины с номерами 2 и 3, а потом, не меняя раствора циркуля, – вершины с номерами 4 и 5 (рис. 10). Убедитесь в том, что между вершинами 4 и 5 укладывается такой же раствор циркуля.

ПРАВИЛЬНЫЕ ЗВЁЗДОЧКИ

А теперь самостоятельно постройте правильную пятиконечную звёздочку (рис. 11) и правильную восьмиконечную звёздочку (рис. 12).

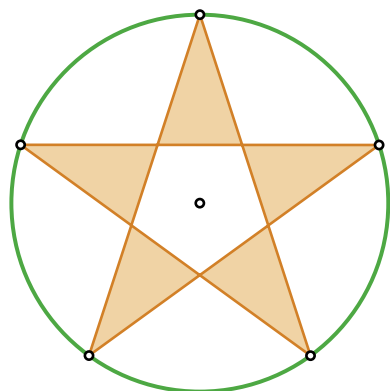


Рис. 11

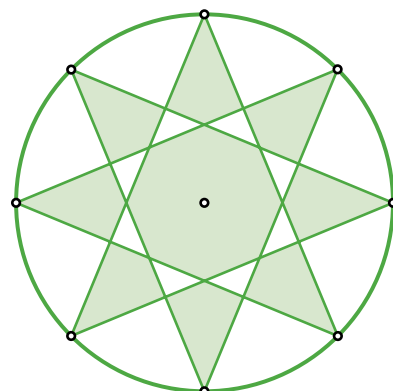


Рис. 12

