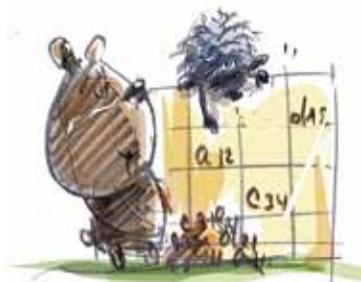




Ромуалдас Кашуба

5-6 классы



1. Возникшая из тумана Белая Лошадь вместе с почтой доставила ещё и интеллектуальный груз, состоявший из 16 пар слипшихся букв и чисел. Выглядели они так: $a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, b_3, b_4, c_1, c_2, c_3, c_4, d_1, d_2, d_3, d_4$.

Сквозь туман раздался свист Филина. Он зазывал всех попытаться разместить эти слипшиеся пары в различные клетки квадрата 4×4 так, чтобы и в каждой строке, и в каждом столбце ровно по одному разу попадались и все четыре буквы a, b, c, d , и все четыре числа $1, 2, 3, 4$.

Появившийся Медвежонок стал сомневаться в самой возможности так всё обустроить, а Ёжик, наоборот, проникся верой, что это возможно, хотя бы потому, что всё это было бы очень круто. Подумать только: в каждой строке и в каждом столбце – и все числа и все буквы, а повтора никакого!

Чем завершатся эти опыты?

2. Филин всегда приходит в хорошее настроение, когда он начинает лихо шептать не какой-нибудь один вопрос, а целую вереницу загадок.

Вот и сейчас, вы посмотрите только, какая серия вопросов обрушилась на Ёжика в тумане с Медвежоном:

а) Может ли сумма цифр какого-нибудь натурального числа не делиться на 6? Ответ Филин просит дать незамедлительно.

б) Бывают ли три подряд идущих натуральных числа такими, что ни у одного из них сумма цифр на 6 не делится? Опять дай Филину сразу ответ, и всё тут!

в) Бывают ли шесть подряд идущих натуральных чисел такими, что ни у одного из них сумма цифр на 6 не делится? Что теперь Филину ответить?

г) А вообще, что ответить на вопрос Филина: каково наибольшее возможное число подряд идущих натуральных чисел таких, что сумма цифр у ни одного из них не делится на 6?

3. В левой нижней клетке доски 5×5 находится шашка. Ёжик в тумане и Медвежонок поочередно передвигают эту шашку на соседнюю по общей стороне клетку; первым начинает Ёжик. Проигравшим Филин объявляет того, кто передвинул шашку в клетку, где она уже побывала. Может ли кто-нибудь из игроков – Ёжик в тумане или Медвежонок – передвигать шашку так, чтобы он всегда выигрывал, что бы ни предпринимал другой игрок, и если может, то как ему передвигать шашку?



7-8 классы

1. В дупле ветхого дуба Филин обнаружил какой-то старинный пергамент, в самом начале которого красовалось 100-значное число. Первые 49 его цифр были сплошные девятки, следующая 50-я цифра была полностью выцветшей, вслед за ней шло 49 нулей, а самая последняя, сотая его цифра была опять девяткой.

А на последней странице рукописи торжественно провозглашалось, что это 100-значное число является ещё и точным квадратом какого-то целого положительного числа.

Ёжик в тумане с Медвежонок как-то сразу, зная, что Филин ни за что от них не отвяжется, стали тихо обсуждать, какой цифрой могла быть эта 50-я выцветшая цифра. Попробуйте и вы разобраться в этом вопросе.

2. Филин в один прекрасный вечер стал всех присутствующих дразнить таким, согласитесь, крайне дерзким вопросом: а может ли пересечение треугольника с четырёхугольником быть восьмиугольником?

Медвежонок и Ёжик решили строго доказать Филину, что этого не может быть потому, что этого не может быть никогда. Как вы думаете, удастся ли им это?

3. Ёжик в тумане, Медвежонок и Филин в течение целых трёх дней упорно спорили о том, мог ли быть когда-нибудь кем-нибудь проведён такой хоккейный турнир, в котором

а) каждая команда по одному разу сыграла бы с каждой другой командой;

б) всего участвовало бы более 5 команд;

в) каждая из команд набрала бы разное количество очков.

Ещё им обязательно требовалось, чтобы команда, занявшая последнее место, выиграла бы не менее 25 % всех своих сыгранных матчей, а команда, занявшая второе место, наоборот, выиграла бы не более чем 40 % всех своих сыгранных матчей.

В хоккее, который Ёжику иногда казался, прямо скажем, суетливой игрой, за любую победу команде присуждаются 2 очка, за ничью даётся 1 очко, а за проигрыш команде начисляют 0 очков.

Возможен ли вообще такой турнир? Не многовато ли тут всего понатребовано? И если не многовато, то сколько в том турнире должно участвовать команд?



Художник Сергей Чуб