

ВИННИ-ПУХ И ПРИЗРАКИ

Кристофер Робин уже учился в восьмом классе, а Пух всё ещё бродил по лесу и набирался мудрости у Совы. Однажды мальчик увидел, как Пух что-то делает с ветками дерева, а ослик Иа-Иа уныло наблюдает за этим.

– Что ты делаешь?

– Уравниваю.

– Ветки?

– Да нет, треугольники. Сова рассказала о Треугольных Равенствах.

– О чём?

– О призраках треугольных равенств. Если две стороны и угол треугольника равны сторонам и углу его призрака, то треугольник равен призраку.

– Я говорила не о призраках, – встрепелась дремавшая на ветке Сова, которую Кристофер сначала и не заметил, – а об условиях, достаточных для опознания объекта или обнаружения наличия свойства.

«Ага, – подумал Пух. – Всё запутывать – признак Совы. Никто, даже Кристофер, который знает гораздо больше, так сложно не говорит. А вообще-то я и без них знаю, что треугольники бывают большие и маленькие».

– Интересно, – грустно произнёс Иа, – какой из этих двух треугольников больше (рис. 1)?

– Что за неразумный вопрос? – замахала крыльями Сова. – Я учила вас сравнивать треугольники. Например, две половинки квадрата равны.

– Это я понимаю, – отмахнулся Иа, – если согнуть по диагонали, то одна половинка перейдёт в другую. Но мы сравниваем не две половинки квадрата, а половинку – с длинным узким треугольником.

– Если бывают равные треугольники, – сказал Пух, – то должны быть и неравные. Значит, какие-то треугольники больше, а какие-то меньше.

– Ничего это не значит, – возразил Кристофер, – на твоём рисунке верхний треугольник по площади больше, чем нижний; но все стороны нижнего длиннее, чем любая из сторон верхнего, так что периметр нижнего больше, чем периметр верхнего.

– Как же тогда сравнивать треугольники? – спросил Пух. – По площади или по периметру?

– Ни по тому, ни по другому, – ответила Сова. – О том, какой треугольник больше, а какой меньше,

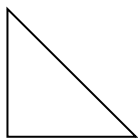


Рис. 1



я вам ни слова не говорила, не забивай себе голову глупостями. Запомни: *треугольники равны, если их можно совместить движением плоскости.*

– Я не забиваю голову глупостями, она и так набита опилками, для глупостей в моей голове места нет. Я пытаюсь тебя понять. Если возить равные треугольники по плоскости, то...

– Что за язык! – разозлилась Сова. – В математике нет термина «возить».

– Ну ладно, – сказал Пух, – буду говорить строго. Треугольники равны, если их можно перетащить, чтобы они совпали, сторона к стороне, вершина к вершине. Так? Или нет?

– Термина «тащить» тоже нет. Хотя ты пока не можешь понять, что такое движение плоскости, привыкай к точным формулировкам! Повторяю: треугольники равны, если их можно совместить движением плоскости.

– Да, Пух, твоим умом движенье не понять, – поддакнул ослик. – Учи наизусть, слово в слово.

– А твоим? – обиделся Пух. – Её точные слова непонятны, а мои – понятны. Я не хочу учить точные, но непонятные слова!

– Я так понимаю, что двигать, возить, тащить – одно и то же, – буркнул Иа.

– Точное определение движения вы будете изучать позже. Вы поймёте его в надлежащее время, – сказала Сова.

– А по сути я прав? – не унимался Пух.

– Нет, не прав, – ответил ему Кристофер, – смотри, треугольники ABC и DEF равны (рис. 2), но сколько ни вози, нельзя перетащить один на место другого. Обязательно потребуется перевернуть!

– И что же делать? – грустно спросил Пух. – Вы меня совсем запутали. Что такое равные треугольники?

– Это очень просто, Пух, – объяснил Кристофер. – Представь себе, что треугольники бумажные. Они равны, если их можно наложить один на другой так, чтобы они совпали.

– А можно без бумаги и без движений? – спросил Иа.

– Можно, – ответил Кристофер. – Треугольники ABC и DEF равны, если $AB = DE$, $AC = DF$, $BC = EF$ и $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$.

– Шесть равенств? – поразился Пух. – А пяти не хватит? Неужели всегда надо проверять все шесть?

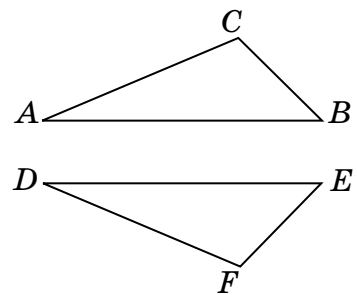


Рис. 2



– Затем-то и нужны признаки равенства треугольников, – сказал Кристофер.

– По двум сторонам и углу между ними, по стороне и двум прилежащим углам, и по трём сторонам, – назидательно заключила Сова.

СОМНЕНИЯ ИА-ИА

Когда вечером Пух уже собирался ложиться спать, к нему ворвался Иа-Иа и заявил:

– Признак «по двум сторонам и углу» неверен! Смотри!!

Ослик нарисовал треугольник и поставил около вершин буквы A , B , C . Он постарался, чтобы самой большой стороной была AC , и отмерил отрезок AD такой же длины, как BC (рис. 3).

– Получилось, что у треугольников ABC и ABD – общий угол A , – объяснил Иа. – Стороны AD и BC равны, а сторона AB общая. Но треугольники ABC и ABD не равны!

– Да, треугольник ABD лежит внутри треугольника ABC и поэтому никак не может ему равняться, – согласился Пух. – Что же нам делать?

– Пойдём расскажем Кристоферу, – предложил Иа.

Пуху не хотелось никуда идти в этот поздний час. Но он знал, что если не пойти, то ослик никуда не уйдёт и всю ночь будет рисовать чертежи.

– Ладно, – вздохнул Пух, – только давай зайдём к Сове, пригласим и её.

Когда они пришли к Сове, Иа сказал:

– Помнишь признак «по двум сторонам и углу»? Так вот, этот признак неправильный! Ты напутала!

– Как это напутала? – рассердилась Сова. – Если я знаю величину угла A и длины сторон AB и AC , то я рисую сначала угол, а потом откладываю на его сторонах отрезки – и треугольник построен! Однозначно!!

– Не знаю, что ты рисуешь, – ответил ослик, – а я нарисовал что-то поинтереснее. Пойдём к Кристоферу, покажу.

– Заодно чаю попьём, – мечтательно протянул Пух.

– Пошли, – согласилась Сова.

Когда они разбудили Кристофера, Иа-Иа показал всем чертёж и сказал:

– Помните признак: «Если две стороны и угол треугольника равны сторонам и углу другого треугольника, то эти треугольники равны»? Я, конечно, не навязываю

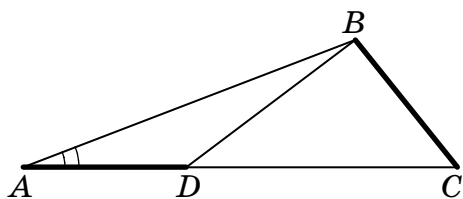


Рис. 3



никому свою точку зрения, но, по-моему, этот признак неправильный! Сова что-то напутала!

– Стоило будить Кристофера! – возмутилась Сова. – Показал бы мне свои треугольнички, я бы сама всё объяснила. Запомни: «Если две стороны и заключённый между ними угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и заключённому между ними углу другого треугольника, то такие треугольники равны».

– Ничего не понимаю, – огорчился Пух, – и мы так говорили, но ослик нарисовал неравные равные треугольнички!

– Раз уж пришли, – сказал Кристофер, – заходите.

– Я всё равно ничего не понял, – бормотал Иа.

– Иа молодец, не каждый придумает такой пример, – постарался утешить ослика Кристофер, – но Сова тоже ничего не путала.

– Не можем же мы оба быть правы! – изумился Иа.

– Ты неточно сформулировал признак, – ответил Кристофер, – и потому тебе удалось найти опровергающий пример.

– Я понял, там есть слово «соответствующие»! – обрадовался Пух. – Надо точно указывать, что где лежит!

Действительно, в треугольнике ABD угол A лежит между сторонами AB и AD , а в треугольнике ABC угол A – напротив BC . Винни-Пух продолжал:

– Сова сказала очень сложно, а я скажу понятно: «Если две стороны и угол одного треугольника равны каким надо сторонам и углу другого, то треугольники равны».

– По-твоему, зная угол и две стороны треугольника, я всё про него знаю? – не успокоился Иа.

– А разве не так? – пробурчал Пух.

– Не так, Пух! – сказал Кристофер.

Он нарисовал равнобедренный треугольник и разрезал от вершины на две неравные части (рис. 4). Винни-Пух признал:

– Вижу, что полученные треугольнички не равны. Но равный угол есть, и есть равные стороны. Но равны же не те стороны, какие надо! Ох, неужели понятнее как Сова говорить?

– Конечно, – подтвердила Сова, – а то забудешь, что углы должны находиться *между* сторонами.

– Всё время говорить как Сова необязательно, – успокоил мишку Кристофер. – Треугольники равны по двум сторонам и углу между ними, вот и всё.

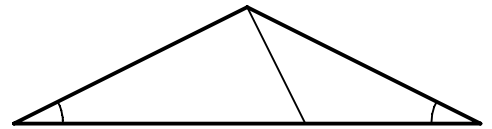


Рис. 4

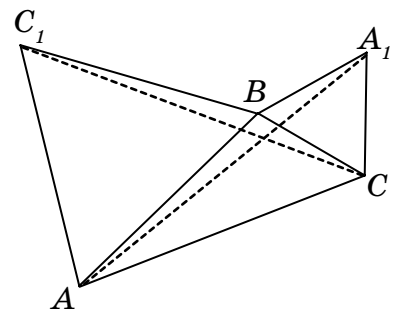


Рис. 5

УПРАЖНЕНИЯ

1. Докажите, что диагонали прямоугольника равны между собой.

2. Дан треугольник ABC . Во внешнюю сторону отложены равносторонние треугольники BSA_1 и ABC_1 (рис. 5). Докажите, что $CC_1 = AA_1$.

Продолжение следует

Художник: Сергей Чуб