



СТАС И УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

ОГЛЯНИСЬ ВОКРУГ

Иван Высоцкий

ПОНЕДЕЛЬНИК

– Стас, иди немедленно, – третий или четвёртый раз позвала мама с кухни. На сей раз в голосе слышались нотки, которые Стас называл про себя предельными. Значит, действительно немедленно. Отрываясь от клавиатуры и нашаривая под столом левый тапочек, он успел ещё пару раз нажать гашетку пулемёта, но обе очереди ушли в небо, не причинив никому вреда. Палец потянулся к кнопке **Р**, но прежде, чем экран застыл, Стас понял – всё равно конец: незамеченная ракета так близко, что увернуться невозможно.

«Ну в чём дело? который раз зову! ужин остыл! я для кого тут готовлю?» – шествовали в мозгу у Стаса знакомые фразы, пока сам он шествовал на кухню одним правым тапочком и одним левым носком. Левый тапочек неторопливо жевал эрдельтерьер Патрик в гостиной на диване. Увидев Стаса, пёс немедленно перевернулся кверху лапами, подставив лохматое пузо. Стас машинально почесал собаку и забрал тапочек.

– ...кого тут готовлю? который раз зову! – как раз закончила мама. Почему мама сегодня переставила слова? Не угадал.

Неудачи шли косяком. Говорят, жизнь полосата, значит, чёрная полоса должна закончиться. Перед ужином Стас семь раз бросал свой штурмовик на береговые укрепления противника, и каждый раз его сбивали километров за сто до цели. Папа говорит, что шансы исчисляются вероятностью. Ничего сложного нет. Событие, у которого вероятность $1/6$, случается в среднем один раз из шести попыток. Что непонятного?

Стас вспомнил статистику игры – до сегодняшнего дня у него было 39% успешных вылетов. Значит, вероятность успеха примерно равна 0,39. Пусть для простоты 0,4. Значит, четыре из десяти, то есть два из каждых пяти полётов в среднем должны быть удачными. Но ведь сегодня он слетал уже семь раз впустую. Куда же делась вероятность? Неудачи накапливаются, может, скоро повезёт? Ясно, чем больше неудач случилось, тем ближе победа – ведь два раза из пяти должны быть удачными. Стас уже чувствовал, что этот последний полёт наверняка будет удачным. А пришлось терпеть полное поражение. И от кого – ладно бы от вражеских ракет... Нет, – от мамы. Ужинать, видите ли, нужно немедленно. Папа говорит, что всё лучше делать не спеша. А ужинать нужно почему-то немедленно. А может, после ужина удастся ещё разок...

– Не спеши, подавишься, – насмешливо протянула мама, наблюдая за ускоряющимися взмахами вилки.

– Мам, помнишь, папа сказал, что невезение не может быть бесконечным, и если вероятность удачи 0,4, то в среднем два раза из пяти попыток будет везти.

– Помню, – подтвердила мама. Она знала, что раз Стас утверждает, что папа так сказал, значит, папа сказал именно так. Другое дело – что именно он имел в виду.

– Ну и что? – осторожно спросила мама, наученная горьким опытом общения с мужем Алексеем и с подрастающим сыном, в котором с гордостью и некоторой тревогой видела всё больше и больше черт, свойственных Алёше.

– Понимаешь, мам, у меня два вылета из пяти в среднем должны быть удачными.



А меня уже семь раз подряд сбили. А должна быть статистическая устойчивость. Значит, чем больше неудач, тем ближе удача?

– Наверно. Ведь должно же повезти.

– Но откуда игра знает, сколько неудач уже было? Ведь когда я лечу, игра не может учитывать мои предыдущие полёты.

– Не знаю, может быть, компьютер всё запоминает и как-то подстраивается?..

– Но ведь это нечестно! В жизни ведь не так – там ведь нет компьютера, который запоминает, что было.

Мама Лена не стала объяснять Стасу насчёт того, насколько честно или нечестно устроена жизнь. Кроме того, она тоже задумалась над парадоксом. Два раза из пяти в среднем должно везти. Значит, чем дольше полоса неудач, тем ближе должен быть успех. Это с одной стороны. А с другой стороны – с чего это успех должен быть ближе? Кто ведёт счёт удач и бед? Это прямо из какой-то старой песни.

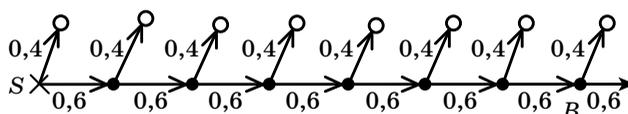
– Сейчас придёт отец. Он всё объяснит.

Папа Лёша мог объяснить всё на свете или почти всё. Он не мог объяснить только, куда он каждый раз суёт мобильник, приходя с работы. Телефон всегда искала Лена, а Лёша искал ответы на сложные вопросы.

– Давай нарисуем твою ситуацию на графе. – Папа любил всё рисовать. – Вот начало S .

– Почему S ?

– Потому что начало – это старт. Чёрные точки – неудачи, а белые – удачи. Сначала вероятность успеха у тебя $0,4$.



– Значит, вероятность неудачи $0,6$.

– Если тебя сбили в первый раз, ты попадаешь уже в новые условия, игра для тебя как бы начинается заново и поэтому у тебя вероятность удачи во второй попытке снова $0,4$, а неудачи – снова $0,6$.

– Я понимаю, пап, но если вначале меня много-много раз сбили, это должно повышать шансы удачи, так ведь?

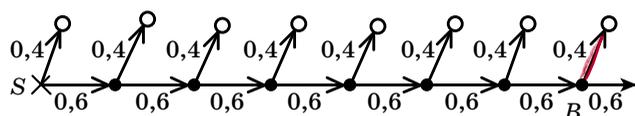
– Как же можно неудачами повысить шансы удачи? Вот цепочка твоей сегодняшней игры, – папа показал на череду из семи неудач, которые сегодня преследовали Стаса. – От S до B . Ты сейчас в точке B . Можно сказать, что событие B уже произошло. Какова теперь вероятность удачного вылета?

Стас посмотрел на рисунок, который папа назвал «граф». От злополучной точки B вверх-вправо к белой точке «удача» вела линия, возле которой стояла всё та же вероятность $0,4$. То есть вероятность удачи ни сколько не выросла от того, что ей предшествовало множество неудачных полётов.

– Четыре десятых, – мрачно произнёс сын.



– Именно. – Папа обвёл эту линию жирным красным карандашом.



– Ничего для тебя не поменялось. Игра не имеет памяти. Скажи, у тебя возникло ощущение, что победа вот-вот придёт, потому что случилось много неудач подряд?

– Да.

– Это твой азарт. Ты впал в ошибку игрока.

– Какую ошибку?

– Так называют ошибочное предчувствие близости удачи после многих неудач. Множество людей проигрались в пух и прах, потому что им казалось, что они вот-вот отыграются, что удача близка после многих проигрышей подряд.

– Ты же сам говорил про статистическую устойчивость – в среднем должно быть два удачных полёта из пяти. А получается, что нет.

– Одно другому не мешает. Скажи мне, часто ли тебе не везёт, как сегодня.

– Нет, первый раз такое...

– Неудивительно. Давай посчитаем вероятность того, что ты потерпел неудачу семь раз подряд: $0,6^7$. Ну-ка, сколько это будет?

Стас, не ожидавший такой подлости от родного отца, даже опешил.

– Это как посчитать?

– Дружок, перед тобой целый компьютер. Или ты на нём только играть можешь?

После недолгих поисков в недрах главного меню был найден калькулятор. Алексей некоторое время смотрел, как сын многократно умножает на 0,6. Быстро выяснилось, что никто не помнит, сколько раз ещё нужно умножать. Алексей, вздохнув, щёлкнул мышкой по кнопке «Вид» и выбрал режим «Инженерный». Калькулятор волшебным образом преобразился.



– Нажимай кнопки (0) (,) (6) (x^y) (7) (=). Это и будет $0,6^7$.

Стас послушался, осознавая, что постепенно понимает смысл своих действий.

– Вот, получи: примерно 0,028. То есть такая неприятность, как сегодня, случается в среднем 28 раз из тысячи, – примерно один раз на 36 попыток. Значит, если играть каждый день по семь раз, то все семь полётов будут неудачными в среднем режиме, чем раз в месяц.



Внезапно на лице отца возникло тревожное выражение.

– Папа, я совсем немножко играю! – убеждённо заявил Стас, чувствуя, что разговор подходит к опасной черте.

– Я надеюсь, – задумчиво произнёс папа.

– Значит, такое невезение бывает редко, а может быть, что повезёт несколько раз подряд и тогда всё уравнивается?

– Стас отчаянно пытался увести беседу в безопасное русло.

– Именно так. Но при этом условная вероятность следующего успешного полёта у тебя не зависит от того, сколько удач и неудач уже случилось.

ВТОРНИК

На математике Лидия Павловна рассказывала про вероятность. Стас слушал вполуха, считая, что про это он знает уже всё, особенно после вчерашнего разговора с папой. Немного беспокоила вчерашняя последняя фраза. Про условную вероятность в учебнике ничего не было. Задавать вопрос Павловне он не стал – знал, что нарушать чёткий план урока чревато последствиями, а подходить после урока бессмысленно – около неё всегда толпятся менее любопытные одноклассники, у которых есть высокая цель – исправить двойку.

Впрочем, нельзя сказать, что урок прошёл бесследно. В памяти осела фраза «случайные события рассматриваются только в условиях случайного эксперимента», ко-

торую Павловна велела записать в тетрадь и вростяжечку повторила несколько раз, добавив: «Зарубите себе на носу».

Странно, подумал Стас. Павловна всем говорит «ты». Значит, если бы она обращалась к кому-нибудь одному, она бы сказала «Заруби себе на носу». Но она говорит «Зарубите». Значит, – ко всем. Но тогда почему нос только один?

Вечером Стас прилёг на диван с детективчиком. «Убийство на улице Морг» было захватывающим чтением, но когда раздался звук ключа, Стас сорвался и побежал встречать папу, правда, не стал от радости прыгивать на него и тереть зубами рукав куртки, как делал Патрик.

Дождавшись, пока папа поужинает, Стас приступил к допросу.

– Пап, почему ты вчера сказал, что вероятность условная?

Вопрос оказался неожиданным. Прокрутив в голове несколько десятков вариантов, папа всё же сообразил, о чём речь. Вспомнился вчерашний разбор полётов, история с азартом и ошибкой игрока.

– Потому что ты ищешь вероятность удачи при условии, что уже произошло семь неудач, то есть при условии, что событие B уже случилось.

– А если бы оно не случилось? Тогда что?

– Тогда ты был бы в исходных условиях эксперимента, и у тебя была бы безусловная вероятность.



– Подожди, не понял. Ты вчера говорил, что вероятность успеха в каждом полёте одна и та же. И вообще, разве может у события быть две вероятности? – вопрос был задан довольно издевательским тоном, поскольку в школе Стас твёрдо усвоил, что случайное событие в случайном эксперименте имеет только одну вероятность.

– Не путай вероятность успеха в одном полёте и вероятность цепочки последовательных испытаний во всей серии попыток.

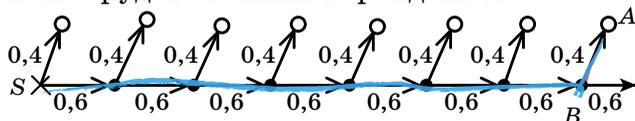
– Ты сам меня запутал. Какая ещё цепочка?

Папа порылся в бумагах на столе и нашёл вчерашний граф.

– Давай рассмотрим событие

$A = \{\text{семь неудач подряд, затем удача}\}$.

На графе его можно изобразить вот такой цепочкой. Сколько здесь рёбер? – Сейчас папа орудовал синим карандашом.



– Восемь. – Стас подумал, что стал лучше понимать смысл выражения «посчитать рёбра». Он представил себе, как д'Артаньян толстым синим карандашом считает рёбра графу де Ла Фер и подавился смешком.

– Вот оно, событие A . Предположим, что семь неудач уже случилось. – Синий карандаш упёрся в точку B .

– Какая теперь вероятность у события A ?

– 0,4. Мы вчера считали.

– Именно. Но это при условии, что случилось событие B . А если нет? Тогда вероятность события A нужно считать с самого начала эксперимента, то есть нужно найти вероятность всей цепочки SBA . Это будет безусловная вероятность, поскольку никаких условий нет.

– Это я умею. – Стас произвёл нужные действия на калькуляторе: $0,6^7 \cdot 0,4 \approx 0,011$. – Подожди, как же так? Получается, что у события A две вероятности?

– На самом деле больше. Одна безусловная и множество условных вероятностей, которые будут разными в зависимости от того, какие условия мы принимаем как уже свершившиеся. Никакой путаницы здесь нет: принимая разные условия, мы получаем разные эксперименты. В каждом эксперименте у события A своя вероятность. А что же ты хотел? Никакого обмана.

В этот момент в голове у Стаса что-то щёлкнуло, и отчётливый голос Лидии Павловны произнёс: «случайные события рассматриваются только в условиях случайного эксперимента». В ходе эксперимента случаются разные события, условия меняются и каждый раз получается новый эксперимент. Значит, меняются вероятности последующих возможных событий. Собственно, вероятности, подписанные около рёбер графа, и есть условные вероятности.

Продолжение следует

Художник: Виктор Пяткин