СТАС И УСЛОВНАЯ ВЕРОЯТНОСТЬ

Продолжение. Начало в №9

Иван Высоцкий

СРЕДА

Стас спешил из школы домой, чтобы снова уткнуться в томик Эдгара По. «Убийство на улице Морг» он прочёл и сейчас читал «Мари Роже». Там опять действовал сыщик Дюпен, который, конечно, не дотягивал до Холмса и Пуаро, но уж точно давал сто очков вперёд всем опера́м из сериалов.

Стас, конечно, любил посмотреть кино или мультики. Однажды он смотрел фильм «Властелин Колец». Классный фильм, но Стаса удивило, что хоббиты, орки и вообще всё не так, как должно быть, хотя вроде бы всё правильно. Потом он понял, что это потому, что он читал книгу раньше и сам нафантазировал себе всех героев и персонажей. А кино даёт уже готовую картинку, здесь ничего другого не представишь. Фантазировать и представлять Стасу нравилось. Неинтересно и обидно читать книгу, если уже видел фильм – перед глазами готовые картинки из фильма, никакого удовольствия. Поэтому к телевизору Стас относился спокойно, а интересная книжка увлекала его даже больше, чем игра. От компьютера ещё можно оторваться, а оторваться от книги на самом интересном месте невозможно. А что делать, если в книге все места самые интересные? Начал читать, и пока не прочтёшь, не встанешь. Вчера от «Мари Роже» он оторвался. И даже не потому, что мама сказала – «В постель!» Просто в книжке кончились дела и начались рассуждения. Стас решил, что послушно пойдёт спать, а с рассуждениями сразится завтра.

Завтра стало сегодня, и, пообедав и погуляв с Патриком, Стас взялся за По, искренне считая, что домашнее задание – следующее в списке важных дел. Дюпен многословно рассуждал о сравнении двух убийств. Фразы красиво нанизывались друг на друга, и Стас напряг весь свой интеллект, чтобы уловить основную мысль.

«...следует помнить, что даже самое крохотное различие в фактах того и другого случая могло бы привести к колоссальному просчёту, потому что тут обе цепи событий начали бы расходиться. ...К тому же не следует забывать, что та самая теория вероятностей, на которую я ссылался, налагает запрет на всякую мысль о продолжении параллелизма – налагает с решительностью, находящейся в прямой зависимости от длительности и точности уже установленного параллелизма. Это одна из тех аномалий, которые, хотя и чаруют умы, далекие от математики, тем не менее, полностью постижимы только для математиков.

Например, обычного читателя почти невозможно убедить, что при игре в кости двукратное выпадение шестёрки делает почти невероятным выпадение её в третий раз и даёт все основания поставить против этого любую сумму. Заурядный интеллект не может этого воспринять, он не может усмотреть, каким образом два броска,

принадлежащие уже прошлому, могут повлиять на бросок, существующий ещё пока только в будущем. Возможность выпадения шестёрки кажется точно такой же, как и в любом случае – то есть зависящей только от того, как именно будет брошена кость. И это представляется настолько очевидным, что всякое возражение обычно встречается насмешливой улыбкой, а отнюдь не выслушивается с почтительным вниманием. Суть скрытой тут ошибки – грубейшей ошибки – я не могу объяснить в пределах места, предоставленного мне здесь, а людям, искушённым в философии, никакого объяснения и не потребуется».

Какое счастье, что здесь рассказ закончился. Мозг кипел. Стас прочёл это место пять раз, пока сумбур не начал распадаться на отдельные осмысленные куски. Наверно, Стас не стал бы подробно вчитываться в эту галиматью, если бы речь не пошла про цепи событий, вероятности и бросание игральной кости. Про расходящиеся цепи – ладно, это художественный образ. Но вот с трёхкратным выпадением шестёрки нужно разобраться.

Ещё пару раз перечитав последний абзац, Стас понял, в чём там дело. Игрок три раза бросает игральную кость. Два раза уже выпала шестёрка. Дюпен утверждает, что третья шестёрка совершенно невероятна, поскольку три шестёрки подряд выбросить почти невозможно. То есть Дюпен считает, что две выпавшие шестёрки делают почти невозможной третью шестёрку. Какая-то ерунда. Стас не понимал, почему. Правда, Дюпен честно предупредил, что заурядный интеллект не в состоянии этого понять.

– Ну ладно, у меня заурядный интеллект, и я не могу понять, как две выпавшие шестёрки уменьшают вероятность третьей, – проворчал Стас вслух. – Но всё же, как это получается? Когда играешь в штурмовик, прежними неудачами невозможно приблизить удачу. Значит, и здесь должно быть так же – прежними шестёрками нельзя отдалить будущую. Что бы сказал папа? Ну ясно, он бы сказал, мол, давай нарисуем граф.

Странно, что оба тапочка на месте. Прошлёпав от дивана к столу, Стас разыскал тетрадь, в середине которой ещё оставались чистые листы, и вырвал парочку. Затем направился в папину комнату и взял красный карандаш. Подумав, прихватил и синий. Теперь Стас был во всеоружии. Возвращаясь в свою

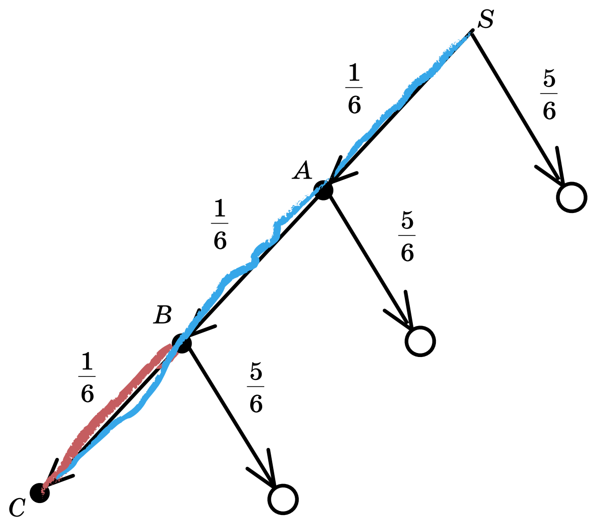
комнату, он подошёл к Патрику, лежавшему на боку в прихожей. Пёс не шевельнулся.

– Пузо чесать будем? – бодрым тоном спросил Стас. Патрик вывернул шею, взглянул на хозяина и снова опустил рыжую башку на пол. Заболел, что ли? Вялость пса обеспокоила Стаса. Надо позвонить маме, подумал Стас, садясь на стул.

Но уже в следующий момент он был поглощён другим. Вот начало. Обозначим его S. Дальше мы бросаем кубик. Может выпасть шестёрка – проведём вниз-влево ребро и поставим точку A. Сначала Стас хотел нарисовать отдельное ребро для каждого возможного исхода, но потом решил, что это не обязательно. Либо шестёрка, либо нет. Вероятность шестёрки $1/6$, значит, вероятность другого исхода $5/6$.

Дальше – второй бросок. Из точки A снова выходит два ребра. Либо шестёрка с вероятностью $1/6$ (Стас поставил здесь точку B), либо что-то ещё с вероятностью $5/6$.

Наконец, из точки B после третьего броска также получаем две возможности – шестёрку с вероятностью $1/6$ (точка C), либо не шестёрку с вероятностью $5/6$.



Значит, вероятность трёх шестёрок – это вероятность цепочки $SABC$. Стас обвёл цепочку синим карандашом. Эта вероятность равна $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}\approx 0{,}0046$. Да уж, выбросить подряд три шестёрки непросто. Здесь Дюпен и Эдгар По, пожалуй, правы. Но это безусловная вероятность. А если две шестёрки уже выпало (событие B) и я об этом знаю, то эксперимент для меня изменился. И вероятность трёх шестёрок подряд тоже изменилась, ведь теперь нужна только одна шестёрка, то есть только один переход из B в C. Стас дополнительно обвёл этот переход красным карандашом. Сейчас вероятность

равна 1/6. Так что я не стал бы на месте Дюпена «ставить против этого любую сумму». Интересно, как Дюпен сумел бы объяснить «суть скрытой ошибки», если бы у него было достаточно места?

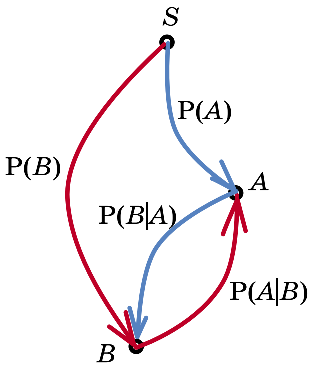
Теперь Стас не сомневался в том, что Эдгар По сам впал в ошибку игрока, не желая поверить в три шестёрки даже тогда, когда две уже выпало. Только это получается ошибка игрока наоборот, подумал Стас. И надо же было написать такую чушь. Интересно, что скажет папа?

СРЕДА. ВЕЧЕР

Папа ничего не сказал. Он рано пришёл с работы, покидал вещи в чемодан, наскоро проглотил два бутерброда и отправился в аэропорт. Какая-то внезапная командировка.

Стас, конечно, расстроился, что не успел поделиться с папой Лёшей разоблачением ошибки Эдгара По. Желание делать домашнюю работу совсем пропало (будто раньше было). Стас включил компьютер, но играть тоже не хотелось. Стас набрал в поисковой строке «условная вероятность». Честно говоря, он не ожидал от интернета ничего серьёзного на этот счет и был поражён тем, что поисковик через секунду выдал четыре миллиона ссылок. Правда, разобраться в находках было непросто. Единственное, что бросалось в глаза на первой открывшейся странице, – специальное обозначение условной вероятности. Ещё бы: иначе как её отличить от безусловной? – подумал Стас. Условная вероятность события A при условии B обозначалась $\mathrm{P}(A|B)$.

Ага, подумал Стас. Порисуем. Значит, у нас есть событие A. Изобразим его точкой. Другой точкой изобразим событие B. Если из начала эксперимента провести стрелку в A, то эту стрелку нужно подписать $\mathrm{P}(A)$. Но тогда стрелку из A в B нужно подписать $\mathrm{P}(B|A)$. Стоп. А где же вероятность $\mathrm{P}(A|B)$? Стас нарисовал ещё две стрелки и подписал их $\mathrm{P}(B)$ и $\mathrm{P}(A|B)$. Чтобы не запутаться, он изобразил их синим карандашом.



Художник: Виктор Пяткин

Граф получился странный, и Стас подумал, что он нарисовал какую-то ерунду. При этом его не покидало ощущение, что все эти вероятности связаны между собой, и он не улавливает связь из-за неудачного рисунка.

Что сказал бы папа? Но папа внутри Стаса молчал. Стас задумался о красной и синей цепочках. Что нам даёт красная цепочка? Почему нам? Кому это – нам? Мне и Патрику? Почему-то учебник математики всегда говорит во множественном числе. «Проведём прямую» или «Применим теорему». Ну да, у учебника несколько авторов, и они всё делают вместе. А я один. Патрик не в счёт. Значит, что мне даёт красная цепочка? Она мне даёт сначала A, а потом B. То есть A и B вместе. Рядом с графом немедленно появился рисунок, изображавший A и B, сидящих рядышком на кирпичной трубе.

А синяя цепочка? Она даёт... она даёт... то же самое! Просто порядок другой. Теперь B и A, но какая разница?

Стас рассматривал рисунок, который нравился ему всё больше. Получается, что обе цепочки дают одно и то же событие. Значит, если перемножить вероятности вдоль цепочек, то должно получиться равенство

$$\mathrm{P}(A)\cdot\mathrm{P}(B|A)=\mathrm{P}(B)\cdot\mathrm{P}(A|B).$$

Стас написал это равенство под рисунком, а потом переписал его ещё несколько раз, добиваясь безупречного вида букв. Красиво. Папа всегда говорил, что математика красивая. Некрасивая формула редко бывает верной. Ну вот, папа внутри проснулся и заговорил.

– А я открыл открытие! А я открыл открытие! – Стас подпрыгивал на стуле от возбуждения.

Ещё один щелчок мышкой, и Стас увидел, что открытие он, конечно, открыл, но вряд ли является первооткрывателем. Найденная формула украшала почти все найденные интернет-страницы. Только написана она была наоборот:

$$\mathrm{P}(B|A)\cdot\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(A|B)\cdot\mathrm{P}(B).$$

Стас подумал, что жаль, конечно, что это придумали до него. С другой стороны, он дошёл до этой формулы своим умом и всего за полчаса. Вот так-то, дорогой Эдгар По. Ничего, нормальный у меня интеллект, не хуже, чем у некоторых.

Окончание следует