

7 и 21 октября 2012 года состоялся осенний тур XXXIV Турнира городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим задачи базового варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

Надеемся, что какие-то из этих задач окажутся под силу и пятиклассникам – например, первая.

ВЕСЕННИЙ ТУР, 8 – 9 КЛАССЫ

Базовый вариант

- 1 [3]. Про группу из пяти человек известно, что
Алеша на 1 год старше Алексеева,
Боря на 2 года старше Борисова,
Вася на 3 года старше Васильева,
Гриша на 4 года старше Григорьева,
а еще в этой группе есть Дима и Дмитриев.

Кто старше и на сколько: Дима или Дмитриев?

Егор Бакаев

- 2 [4]. Пусть $C(n)$ – количество различных простых делителей числа n . (Например, $C(10)=2$, $C(11)=1$, $C(12)=2$.) Конечно или бесконечно число таких пар натуральных чисел (a, b) , что $a \neq b$ и $C(a+b)=C(a)+C(b)$?

Георгий Жуков

- 3 [5]. Таблица 10×10 заполняется по правилам игры «Сапёр»: в некоторые клетки ставят по mine, а в каждую из остальных клеток записывают количество мин в клетках, соседних с данной клеткой (по стороне или вершине). Может ли увеличиться сумма всех чисел в таблице, если все «старые» мины убрать, во все ранее свободные от мин клетки поставить мины, после чего заново записать числа по правилам?

Александр Эвнин

- 4 [5]. Окружность касается сторон AB , BC , CD параллелограмма $ABCD$ в точках K , L , M соответственно. Докажите, что прямая KL делит пополам высоту параллелограмма, опущенную из вершины C на AB .

Павел Кожевников

- 5 [5]. В классе 20 школьников. Было устроено несколько экскурсий, в каждой из которых участвовал хотя бы один школьник этого класса. Докажите, что найдётся такая экскурсия, что каждый из участвовавших в ней школьников принял участие по меньшей мере в $1/20$ всех экскурсий.

Николай Верещагин

