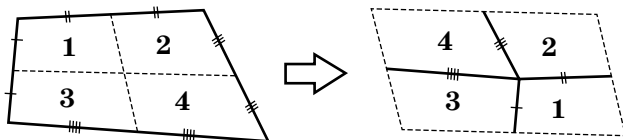


### НАШ КОНКУРС («Квантик» №9)

41. Раз каждый день количество цветков удваивалось, а на 20-й день всё озеро покрылось цветами, то за день до этого, то есть на 19-й день, лилии должны были покрывать половину озера.

42. Разложим 1000 на простые множители:  $1000 = 2^3 \times 5^3$ . Эти три двойки и три пятёрки должны входить в разложение на простые множители наших двух чисел. Притом, если бы хотя бы в одно входила и двойка, и пятёрка, то это число уже бы делилось на  $2 \times 5 = 10$ , а значит, заканчивалось бы на 0. Значит, все двойки идут в одно число, а все пятёрки – в другое. Итак, эти числа  $2^3 = 8$  и  $5^3 = 125$ .

43.



44. При суммировании двух четырёхзначных чисел получилось пятизначное число, которое не может быть больше чем  $9999 + 9999 = 19998$ . Значит, его первая цифра  $M = 1$ . Дальше, цифра 0 как последняя цифра числа МНОГО – это последняя цифра суммы двух одинаковых чисел, значит, она чётна: 0, 2, 4, 6 или 8. Притом ОДИН + ОДИН – число пятизначное, поэтому  $ОДИН > 5000$ . Значит, О может равняться только 6 или 8.

Если  $O = 8$ , то  $8ДИН + 8ДИН = 1Н8Г8$ .  $Н + Н$  заканчивается на 8. Нетрудно проверить, что таких цифр  $Н$  только две: это 4 и 9. Но  $18000 = 9000 + 9000 > 8ДИН + 8ДИН > 8000 + 8000 = 16000$ , поэтому вторая цифра числа МНОГО – это 6 или 7, но никак не 4 или 9.

Значит,  $O$  – не 8, а 6. Тогда у нас есть равенство:  $6ДИН + 6ДИН = 1Н6Г6$ . Опять, перебирая последнюю цифру, получаем, что  $Н$  может равняться только 3 или 8.  $6ДИН + 6ДИН < 7000 + 7000 = 14000$ , поэтому  $Н = 8$  быть не может. Значит,  $Н = 3$ :  $6ДИЗ + 6ДИЗ = 136Г6$ , откуда  $6ДИ + 6ДИ = 136Г$ . Значит,  $Г$  – чётна и может равняться только 0, 2, 4 или 8 (6 уже занята буквой О).

$Г = 0$ :  $6ДИ = 1360/2 = 680$  не подходит (И не может равняться  $Г$ , то есть нулю).

$Г = 2$ :  $6ДИ = 1362/2 = 681$  не подходит (И не может равняться  $М$ , то есть единице).

$Г = 4$ :  $6ДИ = 1364/2 = 682$  – подходит!

$Г = 8$ :  $6ДИ = 1368/2 = 684$  не подходит (И не может равняться  $Г$ , то есть восьми).

Итак, остался только один подходящий нам вариант:  $6823 + 6823 = 13646$ .

45. Заметим, что когда исполняется одна песня, то поют её трое, то есть одна песня идёт «в общую копилку» сразу трижды. Значит, если было исполнено всего  $N$  песен, то «в общей копилке»  $3N$  исполнений. Раз исполнительница семи песен спела больше всех, а исполнившая 4 – меньше всех, то каждая из оставшихся двух девочек исполнила по 5 или 6 песен. Причём из чисел  $7 + 6 + 6 + 4 = 23$ ,  $7 + 6 + 5 + 4 = 22$ ,  $7 + 5 + 5 + 4 = 21$  только одно делится на 3 – это 21. Значит, оставшиеся две девочки исполнили по 5 песен, а всего песен было  $21/3 = 7$ .

### ■ О РЫБАКЕ И РЫБКЕ («Квантик» №10)

Из рис. 1 видно, что периметр треугольника больше, чем периметр равновеликого ему прямоугольника той же высоты, так как наклонные отрезки длиннее соответствующих вертикальных. Из рис. 2 видно, что периметр прямоугольника больше периметра равновеликого ему квадрата. Ведь чёрный отрезок длиннее желтого, а закрашенные площади равны, значит, синие отрезки длиннее красных. Значит, периметр треугольника всегда больше периметра равновеликого ему квадрата.

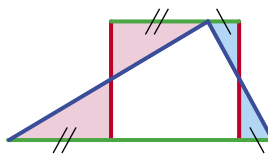


Рис. 1



Рис. 2

Если сложить периметры всех (неважно, какой формы) ячеек данного невода, то в этой сумме все внутренние отрезки будут участвовать по 2 раза, а все крайние – по одному. Если к этой сумме ещё раз прибавить все крайние отрезки (внешний периметр невода), то эта сумма станет равна удвоенной длине пошедшей на весь невод верёвки. Поэтому если два невода имеют равные периметры и равное количество равновеликих ячеек, то на невод с треугольными ячейками верёвки пойдёт больше, так как в посчитанной

сумме при замене ячеек на квадратные все слагаемые (кроме длины периметра) уменьшатся.

### ■ КОВЁР-САМОЛЁТ («Квантик» №10)

После ухода Змея Горыныча ковёр выглядел так:

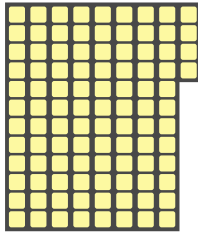


Рис. 1

Василиса Премудрая отрезала от него кусок  $8 \times 2$  так:

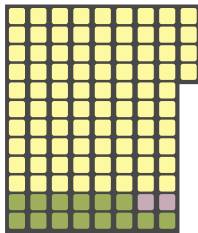


Рис. 2

От полученного куска она отрезала кусок  $1 \times 2$  и пришила получившиеся куски так:

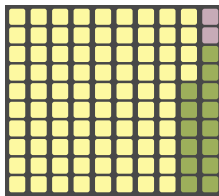


Рис. 3

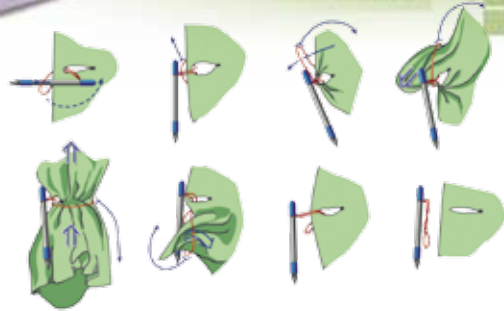
### ■ ОЧЕНЬ ХОЛОДНО («Квантик» №10)

На морозе мокрое бельё замерзает, и его не получается аккуратно сложить и тем более засунуть в дамскую сумочку. Так что Маша не виновата.

Очки запотевают, когда с морозаходишь в тёплое помещение. Кассир же выскочил из тёплого помещения на мороз, и его очки запотеть не могли. Вова предложил поискать деньги у кассира.

### ■ КАРАНДАШ В ПЛЕНУ («Квантик» №10)

Решение показано на рисунках.



### ■ ТРИДЦАТЬ ЧЕТВЁРТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ («Квантик» №10)

1. Сумма возрастов Алёши, Бори, Васи, Гриши и Димы равна сумме возрастов Алексева, Борисова, Васильева, Григорьева и Дмитриева. Значит, Дмитриев старше Димы на  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  лет.

2. Бесконечно. Например, подходят все пары вида  $(2^n, 2^{n+1})$ . Здесь  $C(a) = 1$ ,  $C(b) = 1$ ,  $C(a + b) = C(3 \cdot 2^n) = 2$ .

3. Сумма всех чисел таблицы равна числу пар, состоящих из соседних заминированной и не заминированной клеток. При указанной операции эти пары сохраняются, поэтому сумма не меняется.

4. Пусть  $CH$  – указанная высота. Отложим на луче  $LB$  отрезок  $LN = LC$ . Ясно, что  $CHKM$  – прямоугольник. Поскольку  $BK = BL$  и  $HK = CM = CL = NL$ , то и  $BH = BN$ . В равнобедренных треугольниках  $BLK$  и  $BNH$  углы равны, поэтому прямая  $HN$  параллельна  $KL$ . Следовательно, прямая  $KL$  содержит среднюю линию треугольника  $HCS$  и делит сторону  $CH$  пополам.

5. Пусть число экскурсий равно  $n$ . Назовём школьника бедным, если он побывал меньше чем на  $n/20$  экскурсиях. Для каждого бедного школьника отметим экскурсии, на которых он бывал. Всего отмечено меньше  $n/20 \cdot 20 = n$  экскурсий, поэтому есть не отмеченная экскурсия. В ней бедные школьники не участвовали, что и требовалось доказать.

### ■ СЛУЧАЙ НА СОРЕВНОВАНИЯХ («Квантик» №10)

Поднятый вес состоит не только из весов блинов, но из веса  $x$  грифа, на который надеты блины. Раз поднятый вес удвоился, то  $2(x + 15 + 15) = x + 15 + 15 + 25 + 25$ , откуда масса грифа равна 20 кг. Первый атлет поднял 50 кг, а второй – 100 кг.