

# У ПОПА БЫЛА СОБАКА...

В детстве почти всем приходилось слышать историю о том, как

Впервые опубликовано в журнале «Квант», № 6 за 1989 год.

Это немудрёное стихотворение привлекательно тем, что с каждой строфой оно снова и снова возвращается к самому себе, подобно змее, заглатывающей собственный хвост. Я приведу несколько примеров таких предложений – математических и нематематических, – которые говорят что-то сами о себе.

*В этой фразе двадцать восемь букв.*

Эта фраза – типичный пример предложения, говорящего о себе самом. Пересчитайте буквы, и вы убедитесь, что это – чистая правда. Вот пример посложнее:

*Это предложение содержит двенадцать слов, двадцать шесть слогов и семьдесят три буквы.*

Не верите? Проверьте, что это тоже «честное» предложение.

❁ Следующий пример я прочитал в одном из номеров американского журнала «Scientific American» за 1982 год (некоторые другие примеры – тоже оттуда). Журнал тогда издавался только по-английски, и мне пришлось основательно потрудиться, прежде чем родился следующий «монстр».

*В этой фразе два раза встречается слово «в», два раза встречается слово «этой», два раза встречается слово «фразе», четырнадцать раз встречается слово «встречается», четырнадцать раз встречается слово «слово», шесть раз встречается слово «раз», девять раз встречается слово «раза», семь раз встречается слово «два», три раза встречается слово «четырнадцать», три раза встречается слово «три», два раза встречается слово «девять», два раза встречается слово «семь», два раза встречается слово «шесть».*

Уф! Прочитать это предложение совсем нелегко.



И всё же оно утверждает чистую правду. А вот задача для вас:

*Придумайте такое десятизначное число, первая цифра которого показывает, сколько в этом числе единиц, вторая – сколько в нём двоек, третья – сколько троек, ..., десятая – сколько нулей.*

Ещё один вопрос.

В конце предисловия к переводу одной математической книги автор добавил такие замечания:

*Благодарю профессора NN за перевод этой книги.*

*Я также благодарю профессора NN за перевод последнего предложения.*

*Я также благодарю профессора NN за перевод последнего предложения.*

Почему этот ряд благодарностей не нужно продолжать?

❁ Может быть, вам доставит удовольствие ещё одна выдержка из упоминавшегося выпуска «Scientific American»:



Вспоминаю случай на экзамене по истории. Доставшийся мне билет включал в себя следующее: «IV. Напишите вопрос, подходящий для выпускного экзамена по этому курсу, а затем ответьте на него». В качестве ответа я просто дважды переписал вопрос.

Что вы думаете об этой истории? Во всяком случае, она показывает, что предложения, говорящие сами о себе, не всегда говорят только о количестве своих букв и слогов. Вот ещё пример в этом роде:

*Девять слов назад это предложение ещё не началось.*

Это как будто правда. Следующее предложение – тоже истинное, хотя из него вы вряд ли узнаете много нового:

*Вы только что начали читать предложение, чтение которого вы уже заканчиваете.*

Лозунг

*Короче!*

сам следует тому, к чему призывает. Зато приказ

*Не смей командовать!*

находится в противоречии с самим собой. Приходилось ли вам видеть майки с надписью «На этой майке ничего не написано»? Нашумевшая в своё время (и до сих пор вызывающая споры) картина К. Малевича







«Чёрный квадрат», по-моему, как бы утверждает, что на ней ничего не изображено.

❁ Один математик (Г. Фрейденталь) рассказал своему сыну старую немецкую сказку:

*Однажды крестьянин шёл по дороге со своим сыном. Сын рассказывал что-то отцу и сказал ему неправду. Крестьянин догадался, что сын обманывает его. Тогда он сказал: «Сейчас, сынок, мы подходим к мосту. Этот мост не простой, а волшебный – он проваливается под теми, кто говорит неправду». Когда сын крестьянина услышал это, он испугался и признался отцу, что обманул его.*

Выслушав эту историю, сын математика спросил, что было дальше. «А дальше, – ответил математик, – крестьянин со своим сыном вступили на мост, и мост провалился под крестьянином – ведь никаких волшебных мостов на самом деле нет.»

Как вам понравилась эта история? По-моему, что-то здесь не так...

❁ Ещё в Древней Греции знали «парадокс лжеца». Представьте себе, что вы открываете книгу и читаете:  
*То, что написано на этой странице, – неправда.*

Так что же тут написано? Если правда, то тогда – это неправда; а если неправда – то это правда... Это – одна из форм «парадокса лжеца».

❁ А слышали ли вы о парадоксе Рассела? В одном полку брадобрею приказали брить всех тех, кто не бреется сам. Брадобрею не ясно, брить ли ему самого себя. Как бы вы поступили на его месте?

Каждое натуральное число можно назвать, произнеся несколько слов. Например, число 2 задаётся одним словом, а число 22 – двумя. Давайте рассмотрим

*Наименьшее число, которое нельзя задать меньше чем десятью словами.*

Как вы думаете, чему равно это число? Его описание состоит всего из 9 слов, что противоречит его основному свойству. Этот парадокс называется парадоксом Ришара.

Парадоксы Рассела и Ришара не так безобидны, как может показаться. Придуманные в начале XX века, они показали, что к математическим определениям нужно относиться осторожно, и заставили математиков пересмотреть формальные основы своей науки.



Художник Анастасия Мошина