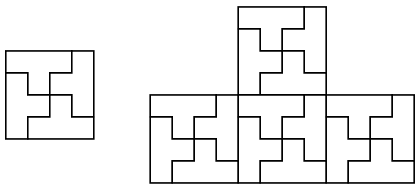
КАК ВЗВЕСИТЬ ГИППОПОТАМА («Квантик» № 2)

Посадим гиппопотама в лодку и отметим на борту лодки, насколько она погрузилась в воду. Теперь высадим гиппопотама и станем грузить в лодку золото до тех пор, пока она не погрузится до того же самого уровня. Теперь в лодке золото такого же веса, как и гиппопотам.

НАШ КОНКУРС («Квантик» №3)

11. Конечно, сможет: ему для этого надо просто отсчитать 40 лишних конвертов, и на это он затратит 40 секунд.

12. Достаточно из таких фигурок сложить квадрат, а дальше из этих квадратов всё сложится как из обычных клеточек:



13. Понятно, что утверждения ребят от Андрея до Димы чередуются: либо правда, ложь, правда, ложь, правда, либо ложь, правда, ложь, правда, ложь. Но так как больше половины сказали правду, то возможен только первый вариант. Значит, Андрей всё-таки знает секрет.

14. Назовём апельсины и бананы экзотическими фруктами. По условию задачи каждый из богатырей за один удар сбивает с чудо-берёзы два экзотических фрукта (либо $2+0$, либо $0+2$, либо $1+1$). Всего с берёзы упало $2000+1000=3000$ экзотических фруктов, значит, всего богатыри сделали $3000/2=1500$ ударов. Но каждый из ударов каждого из богатырей даёт ровно одно яблоко, поэтому яблок всего будет 1500.

15. а) Видно, что часовая стрелка указывает на одно из двенадцати делений, то есть сейчас целое число часов, и поэтому минутная стрелка должна указывать на 12. Тогда понятно, что часы должны стоять на правом боку (чтобы отметка 12 было в точности вверху), и часы в таком случае будут показывать время 16:00.

б) Всегда можно однозначно определить, какое время показывают часы. Измерив углы между часовой стрелкой и ближним к ней делениям, мы узнаем, сколько сейчас минут (узнаем, которая часть очередного часа прошла). Теперь мы знаем, где должна находиться минутная стрелка, и по её положению на наших часах восстановим, какое деление какому часу соответствует, и узнаем время.

ТЕПЛОТРАССА И РЕЛЬСЫ («Квантик» №4)

Оба решения призваны справляться с общей проблемой: расширением металла при его нагревании.

Если рельсы класть вплотную друг к другу, то при их нагревании они упираются друг в друга концами. Сдавленный огромной силой рельс в результате может смяться гармошкой (например, как на рисунке), по таким путям уже не поездишь. Чтобы этого не происходило, между рельсами делают те самые зазоры, чтобы рельсам было куда расширяться.

В случае с теплотрассой подобные стыки сделать не получится: вода из зазоров бы вытекала. Зато трубы, в отличие от рельсов, не обязаны быть прямыми. У трубы можно сделать участок в форме буквы П. Ножки у этой буквы П могут достаточно изгибаться, чтобы её концы, сближаясь и отдаляясь, компенсировали изменения длины всей трубы.

ЧЕШИРСКИЕ ДВЕРИ

На следующий день отдохнувший Петя взялся за задачу про погрузку. На роль идеального швейцара, которым была тележка с грузом, явно претендует груз, который опускают в люк. Однако в прошлый раз дверь сама закрывалась просто под действием силы тяжести.

Дверей, которые сами закрываются, полно – просто добавляется пружинка, но ведь не приспособишь её к матерчатой двери. Итак, осталось подобрать что-нибудь мягкое и пружинящее. Например, подойдет надувной матрас.

Упругий матрас после того, как прогнётся под прошедшим грузом, вернётся в изначальное положение, продолжая укрывать трюм от дождя.

ЗАДАЧКИ НА СМЕКАЛКУ

1. Достаточно одной из девочек отдать яблоко в корзине.

2. Знак запятой: 2,3.

3. Это может быть, если профессор – женщина. Тогда сын отца профессора – её брат, а отец сына профессора – её муж, и диалог проходит только между братом и мужем профессора.

4. Достаточно перелить всю воду из 5-го стакана во 2-й.

5. Нет, нельзя. Ведь через $72 = 3 \times 24$ часа будет опять ночь, и на солнечную погоду рассчитывать не стоит.

6. Боксёр – это ещё и порода собаки. Описанные соревнования проходили между собаками, поэтому все призовые деньги доставались их хозяевам.

7. Объём шара пропорционален третьей степени его радиуса. Поэтому первый арбуз по объёму больше второго в $(5/4)^3$, что чуть меньше двух, но больше полутора. Поэтому выгоднее покупать широкий арбуз.

8. 12. 7 из них он нарисовал на одной стороне листа, а 5 – на другой.

9. Такое возможно, если попугай был глухим.

10. 0, 1, 2 на обоих кубиках, 3, 4, 5 на белом, 6, 7, 8 на чёрном.

На календаре можно увидеть даты 11 и 22, поэтому на белом кубике должны быть также 1 и 2. Если бы 0 был только на одном кубике, то все даты 01, 02, 03, 04, 05, 06, 07 было бы невозможно увидеть (ведь у второго кубика только 6 граней). Поэтому на обоих кубиках должны быть 0, 1 и 2. Осталось только до конца заполнить чёрный кубик цифрами 6, 7 и 8 (а девятку и не нужно – ведь её можно получить, перевернув кубик с шестёркой).

34-Й ТУРНИР ГОРОДОВ

Весенний тур, базовый вариант, 8 – 9 классы

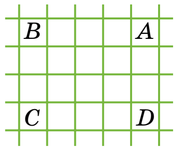
1. Не всегда.

Контрпример: вершины и середины сторон любого треугольника.

2. Из любого.

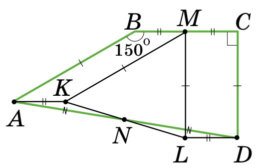
Сначала научимся из любого числа A вычитать 1. Прибавим к нему число $99\ldots9$, столько девяток, сколько цифр в $A-1$. Это получается прибавлением $11\ldots1$ девяток. Получим $99\ldots9+A=$ $=1\ldots0+(A-1)$, то есть 1, после которой записано $A-1$. Так сотрём первую единицу и получим $A-1$. Теперь уже нетрудно получить из A число $A+1$ – надо просто сначала прибавить к A девятку, а потом восемь раз вычесть 1.

3. Упорядочим гири по весу, от меньших к большим. Назовём первые шесть гирь лёгкими, а оставшиеся пять – тяжёлыми. Пусть самая тяжёлая из лёгких гирь весит a грамм. Тогда вес лёгких гирь не больше чем $a+(a-1)+(a-$ $-2)+(a-3)+(a-4)+(a-5)=6a-15$. А вес тяжёлых гирь не меньше чем $(a+1)+(a+2)+(a+3)+$ $+(a+4)+(a+5)=5a+15$. По условию, вес шести лёгких гирь больше, чем вес пяти тяжелых, то есть $6a-15>5a+15$, откуда $a>30$. Но самая тяжёлая гиря весит $a+5$ грамм, и значит, больше $30+5=35$ грамм.



4. Возьмём любую ладью, назовём её A. Она бьёт всего 15 клеток – в своей вертикали и в своей горизонтали. Ладья A «спорит» с любой другой ладьёй C за две клетки B и D. Из них она получит либо одну (если $ABCD$ – не квадрат), либо две половинки (если $ABCD$ – квадрат). Всего других ладей 7, значит, A выиграет в таких «спорах» 7 клеток, и ещё на одной клетке она сама стоит, итого 8 клеток для каждой ладьи. (Мы действительно посчитали все клетки ровно по одному разу: ведь для каждой незанятой клетки B, на которую претендует A, есть ровно одна ладья C, которая «поспорит» с A за клетку B.)

5. $60°$.



Пусть M – середина BC, N – середина AD. Проведём отрезок AK, параллельный и равный BM (так, что получится параллелограмм $ABMK$) и отрезок DL, параллельный и равный CM (так, что получится прямоугольник $CDLM$). Тогда отрезки AK и LD равны и параллельны, откуда $AKDL$ – тоже параллелограмм. Его диагонали делятся их точкой пересечения пополам, а значит, N – середина диагонали KL. В треугольнике KML стороны KM и ML равны, а $\angle KML = \angle KMC - \angle LMC = 150° - 90° = 60°$, откуда треугольник KML равносторонний. Поэтому медиана MN служит и биссектрисой угла KML, откуда $\angle KMN = 30°$, а $\angle BMN = 60°$.