

13 и 27 октября 2013 года состоялся осенний тур XXXV Турнира Городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим задачи базового варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

Надеемся, что какие-то из этих задач окажутся под силу и пятиклассникам – например, первая.

ОСЕННИЙ ТУР, 8 - 9 КЛАССЫ

Базовый вариант

1 [3]. В турнире участвуют 100 борцов, все разной силы. Более сильный всегда побеждает более слабого. Борцы разбились на пары и провели поединки. Затем разбились на пары по-другому и снова провели поединки. Призы получили те, кто выиграл оба поединка. Каково наименьшее возможное количество призёров?

Б. Френкин

2 [4]. Найдётся ли десятизначное число, записанное десятью различными цифрами, такое, что после вычёркивания из него любых шести цифр получится составное четырёхзначное число?

К. Кноп

3 [4]. Наибольший общий делитель натуральных чисел a, b будем обозначать (a, b) . Пусть натуральное число n таково, что $(n, n+1) < (n, n+2) < \dots < (n, n+35)$.

Докажите, что $(n, n+35) < (n, n+36)$.

Б. Френкин

4 [5]. На боковых сторонах AB и AC равнобедренного треугольника ABC отметили соответственно точки K и L так, что $AK = CL$ и сумма углов ALK и LKB равна 60° . Докажите, что $KL = BC$.

Е. Бакаев

5 [6]. На шахматной доске стоят 8 не бьющих друг друга ладей. Докажите, что можно каждую из них передвинуть ходом коня так, что они по-прежнему не будут бить друг друга.

(Все восемь ладей передвигаются «одновременно», то есть если, например, две ладьи бьют друг друга ходом коня, то их можно поменять местами.)

Е. Бакаев

Художник Леонид Гамарц