НАШ КОНКУРС («Квантик» №10)

46. *Вадик и Саша увидели старые весы (со стрелкой) и взвесили на них свои портфели. Весы показали 5 кг и 4 кг. Когда они взвесили оба портфеля вместе, весы показали 8 кг.*

– Как же так? – воскликнул Саша. – Пять плюс четыре не равняется восьми!

– Разве ты не видишь? – ответил Вадик. – У весов сдвинута стрелка.

Так сколько же весили портфели на самом деле?

Ответ: 4 кг и 3 кг.

Пусть стрелка у весов была сдвинута на x, тогда портфели на самом деле весили $5-x$ и $4-x$, а в сумме они весили $8-x$. Получаем уравнение $5-x+4-x=$ $=8-x$, откуда $x=1$.

47. *Внутри круга отметили точку. Разрежьте круг на две части так, чтобы из них можно было составить новый круг, у которого отмеченная точка будет в центре.*

Соединим центр нашего круга и отмеченную точку отрезком. Если бы можно было вырезать сам этот отрезок, то, просто перевернув его, мы поменяли бы точки местами. Но можно вырезать, скажем, круг с центром в середине этого отрезка и диаметром, чуть большим его длины. Повернув этот круг на 180°, мы решим задачу.

48. *Автомобильные покрышки стираются на передних колёсах через 25000 км пути, а на задних – через 15000 км пути. Какое наибольшее расстояние удастся проехать на таком автомобиле, если в пути можно поменять покрышки местами?*

Будем рассматривать покрышки как единый целый материал, а не просто как 4 отдельных покрышки. За 1 км пути в передней части автомобиля стирается $2\cdot 1/25000$ покрышечного материала, а в задней – $2\cdot 1/15000$. Тогда всего за 1 км пути стирается $2/25000+2/15000=16/75000$. Покрышек всего у нас 4, значит, на таком автомобиле удастся проехать не более $4\cdot 75000/16=18750$ км. Понятно, что такое расстояние проехать возможно: проезжаем половину пути, 9375 км, а затем просто меняем местами передние покрышки и задние и едем ещё 9375 км. Тогда все покрышки сотрутся поровну и полностью.

49. *Разрешается переставить цифры 1, 3, 4 и 6 в любом порядке и расставить между какими угодно из них знаки арифметических действий +, –, •, : и скобки (например, так: $(63+1):4$). Получите выражение, значение которого равняется 24.*

Вот одно из решений: $(14-6)\cdot 3$. Можно и не «склеивать» цифры: $6:(1-3:4)=24$, и такой пример без «склейки» уже единствен!

50. *Среди 10 человек, подозреваемых в преступлении, двое виновных и восемь невиновных. Экстрасенсу предъявляют подозреваемых по трое. Если среди троих есть преступник, экстрасенс указывает на него, если там два преступника – на одного из них, а если преступников нет – на любого из троих.*

а) Как за 4 таких сеанса найти хотя бы одного преступника?

б) Как за 6 таких сеансов наверняка выявить обоих преступников?

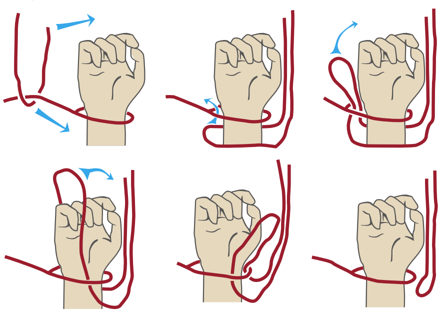
а) Сделаем для начала для 9 подозреваемых «отборочный тур»: разобьём их на 3 тройки и проведём сеанс в каждой из них. Среди этих 9 обязательно есть хотя бы один преступник. Тогда в его тройке экстрасенс обязательно укажет на преступника (возможно, не на него, а на его коллегу). Проведём «финал»: проверим трёх человек, на которых указал экстрасенс за эти 3 сеанса. Среди этих трёх человек снова обязательно есть хотя бы один преступник, поэтому «победивший» обязательно будет преступником.

б) Продолжим начатые в пункте а) сеансы. Заметим, что подозреваемые не из начальной тройки «победителя», не прошедшие «отборочный тур», невиновны (иначе, будь они преступниками, они прошли бы в «финал»). То есть, мы уже нашли 1 преступника и 4 невиновных. Осталось ещё 5 человек. Проверяем первых трёх из них, и того, на кого укажет экстрасенс, проверяем с оставшимися двумя. Тогда второй преступник точно не останется незамеченным.

ПРЕВРАЩЕНИЯ ВЕЩЕСТВ НА СЛУЖБЕ ИЗОБРЕТАТЕЛЯ («Квантик» №11)

Из прошлого номера осталась неразобранной задача об очистке чугунных деталей струёй песка – как сделать, чтобы сам песок не застревал в деталях? Вот как рассуждал Петя. Требуется нечто, что будет удалять остатки песка. Нужно лишь позаботиться о том, чтобы это делала какая-то из имеющихся частей системы. Собственно, частей было две: деталь и песок. Кроме того, дядя Юра уже дал подсказку – надо было на что-то заменить песок. То есть нужно вещество, состоящее из маленьких частичек, которое бы потом «само уходило». Ну конечно! Можно взять просто маленькие льдинки. Они прочистят деталь, а потом растают. Ещё лучше взять так называемый сухой лёд – от него даже воды не останется.

СЦЕПЛЕННЫЕ РУКИ («Квантик» №11)



ИСТОРИЯ С ТРАФАРЕТОМ

Посмотрите на знак перед собой так, как смотрит на него водитель: не держа его прямо, а будто положив на плоскость дороги, вдоль линии взгляда (см рис.). При этом знак будет выглядеть сильно сплющенным. Если бы он был круглым, в таком ракурсе он был бы неразборчив. А директор специально растянул по вертикали знак, чтобы после сплющивания он стал пропорциональным и легко читался.

В ГОСТЯХ У СКАЗКИ

Главное здесь – подобрать подходящую «опорную» сказку. В данном случае это «Колобок». Каждый знает, что он последовательно укатился от *Бабушки, Дедушки, Зайца, Волка* и *Медведя*, а вот *Лису* обхитрить не сумел. Так что ответ понятен: *Л*.

ТРИ, ЧЕТЫРНАДЦАТЬ, ПЯТНАДЦАТЬ...

Ответ: прочитай стихотворение из чисел вслух, и ты увидишь, что это считалочка про месяц из тумана.

СТРАННАЯ ПАРКОВКА

Ответ: 87. Чтобы убедиться в этом, переверните картинку!

ОПЫТЫ С БУМАГОЙ

Подсказки:

2. $\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}$. **3.** $\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{?^2+?^2}$.

4. Разбейте сторону на четыре равные части, возьмите три и воспользуйтесь теоремой Фалеса.

5. Разбейте сторону на восемь равных частей...

6 и 7. Постройте прямоугольный треугольник с гипотенузой 1 и катетом $\frac{1}{2}$. Углы такого треугольника: 30°, 60°, 90°. **8.** $75^\circ=90^\circ-\frac{30^\circ}{2}$.

9. Используйте дважды построение из задач 6, 7.

10. Можно использовать правильный треугольник или откладывать дважды углы по 60°.

11. Совместите меньшую сторону прямоугольника с частью большей. Линия сгиба будет диагональю искомого квадрата.

НОЧЬ ПЕРЕД РОЖДЕСТВОМ

Покрасим стороны бумажки разными цветами (рис. 1). Видно, что ложка находится внутри красной петельки, но не синей. Вы можете разматывать полоску как на рис. 2 – тем же способом, что и заматывали. Получится петля, красная изнутри, и ложка будет в ней. Но вы могли взяться за концы полоски и по-другому – как на рис. 3. Вы ведь не следили за концами, а глядя на рис. 1, непонятно, как именно разматывать бумажку. Но в случае с рис. 3 получится синяя изнутри петля, которая ложку не захватывает.

Рис.1 Рис.2 Рис.3

ТРИДЦАТЬ ПЯТЫЙ ТУРНИР ГОРОДОВ.

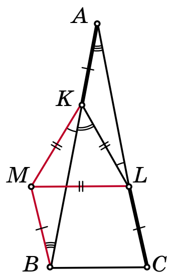
1. Ответ: один.

Самый сильный обязательно станет призёром. Покажем, что может быть ровно один призёр. Пронумеруем борцов по возрастанию силы от 1 до 100. В первом туре проведём поединки 1 – 2, 3 – 4, ..., 99 – 100, во втором – 100 – 1, 2 – 3, ..., 98 – 99. Тогда каждый, кроме самого сильного, в одном из туров проиграет.

2. Ответ: найдётся.

Например, подходит число 1397245680. Если не вычеркнута хотя бы одна из последних шести цифр, то оставшееся четырёхзначное число чётно или делится на 5. Если же вычеркнуты шесть последних цифр, то останется число 1397, кратное 11.

3. Заметим, что общие делители чисел n и $n+k$ такие же, как и общие делители чисел n и k (докажите!). Значит, $(n,\ n+k)=(n,\ k)$. Но очевидно, что $(n, k)\leqslant k$. Тогда получаем, что $(n,\ n+1)\leqslant 1$, $(n,\ n+2)\leqslant 2$, ..., $(n,\ n+35)\leqslant 35$. Поэтому неравенства из условия задачи могут выполняться тогда и только тогда, когда $(n,\ n+1)=1$, $(n,\ n+2)=2$, ..., $(n,\ n+35)=35$. Но тогда $(n,\ n+4)=4$, $(n,\ n+9)=9$, то есть n делится на $4\cdot 9=36$, откуда $(n,\ n+36)=36>35=(n,\ n+35)$.



4. Построим параллелограмм $BCLM$. Треугольники AKL и BMK равны: $BM=LC=AK$, $BK=AL$, $\angle KBM=\angle A$ (как накрест лежащие). Значит, в треугольнике LKM выполнено $KL=KM$, а $\angle LKM=\angle BKM+\angle LKB=\angle ALK+\angle LKB=60^\circ$. Следовательно, треугольник LKM равносторонний, и $KL=ML=BC$.

5. Ход конём состоит как бы из двух полуходов – по горизонтали и по вертикали. Объясним, как ходить ладьям, разбив ход каждой ладьи на такие два полухода. Сдвиг по горизонтали будет всегда на одну клетку, по вертикали – на две.

Начнём с горизонтальных полуходов. Ладью из 1-го столбца переставим во 2-й столбец, из 2-го – в 1-й. Аналогично обойдёмся с ладьями из 3-го и 4-го, 5-го и 6-го, 7-го и 8-го столбцов.

Теперь разберёмся с полуходами по вертикали. Ладью из 1-й строки переставим в 3-ю, из 3-й – в 1-ю. Аналогично обойдёмся с ладьями из 2-й и 4-й, 5-й и 7-й, 6-й и 8-й строк.

Тогда каждая ладья будет переставлена ходом коня, и в каждых строке и столбце будет по ладье, так что они не будут бить друг друга.