

Как разрезать квадрат на несколько квадратов так, чтобы среди квадратов не было двух одинаковых?



Рис. 1

## КАК РАЗРЕЗАТЬ КВАДРАТ?

Если вы попробовали найти простое решение этой задачи, но ничего не получилось – не удивляйтесь. Над этим вопросом бились профессиональные математики с начала XX века. Одни полагали, что такого разрезания нет, а другие считали, что оно есть, но настолько громоздко, что практически неосуществимо. Прорыв произошёл в 1939 году, когда немецкий математик Роланд Шпраг разбил квадрат на 55 квадратов. Практически одновременно с ним группа исследователей из Кембриджа нашла разбиение на 69 квадратов. В этом им помогла удивительная связь, которую они обнаружили: каждому разбиению на квадраты соответствует... электрическая

схема! В результате для решения задачи по геометрии стало возможным применять теорию электрических цепей.<sup>1</sup>

Казалось бы, ответ на поставленный вопрос получен. Однако тут же встал следующий: на какое *наименьшее* число разных квадратов можно разбить квадрат? В 1978 году голландец Адрианус Дёйвестейн доказал, что квадрат можно разрезать на 21 квадратик, среди которых нет двух одинаковых, и такое разрезание единственно (см. рис. 1). Он же доказал, что квадрат нельзя разрезать на меньшее число квадратов требуемым образом. При этом доказательство Дёйвестейна существенно опиралось на компьютерный перебор большого количества случаев.

<sup>1</sup>Между прочим, в эту группу входил представитель Флексагонного комитета Артур Стоун – создатель флексагонов, удивительных бумажных фигурок, имеющих несколько сторон и способных бесконечно выворачиваться наизнанку. Подробнее о флексагонах и интересной истории их открытия читайте в статье «Флексагоны» в «Квантике» №4 (2012).

А не легче ли будет найти какой-нибудь прямоугольник, который разрезается на разные квадраты? Оказывается, это тоже непросто. На рисунке 2 показаны прямоугольники  $33 \times 32$  и  $69 \times 61$ , разрезанные на 9 квадратов. Можно доказать, что никакой прямоугольник не получится разрезать на меньшее количество различных квадратов, а ровно на 9 можно разрезать только эти два.

Удивительно, что у вопросов со столь простыми формулировками оказываются настолько неожиданные и непростые ответы. Наверное, задача о разрезании куба на кубики так, чтобы среди них не было одинаковых, – это что-то совсем сложное?

Оказывается, нет – попробуйте самостоятельно доказать, что это невозможно! В ответах на стр. 30 в нескольких строках приведено полное доказательство.

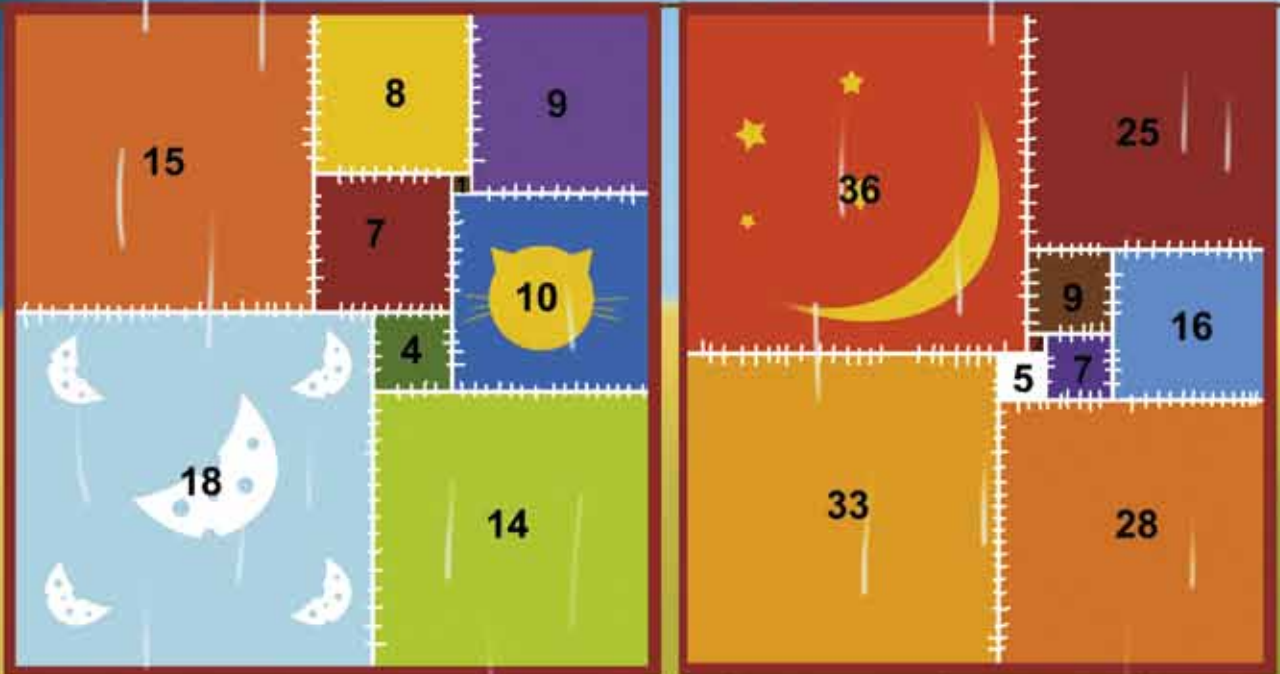


Рис. 2

В разрезаниях прямоугольников на квадраты есть ещё немало интересных вопросов, в том числе нерешённых. О них можно прочитать подробнее в книге Исаака Яглома «Как разрезать квадрат?» (М.: Наука, 1968), в статье Сергея Дориченко, Максима Прасолова и Михаила Скопенкова «Разрезания металлического прямоугольника» в журнале «Квант» №3 (2011), а также в книге Мартина Гарднера «Математические головоломки и развлечения» (М.: Мир, 1999, глава «Квадрирование квадратов»).

