



Леонид Медников,
Игорь Рубанов

Турнир проводится два раза в год для школьников 6 – 8 классов. В декабре минувшего года прошёл 42-й турнир, собрав около 80 команд из городов России, Украины и Казахстана. Времени скучать не было – личная и командная олимпиады, математические бои, интересная культурная программа... Подробнее о турнирах читайте на сайте <http://cdoosh.ru/>. Мы же приводим несколько избранных задач – попробуйте свои силы!

6 класс

1. Докажите, что в любом шестизначном числе, делящемся на 11, можно поменять местами две цифры так, чтобы получилось число, также делящееся на 11.

2. Можно ли окрасить каждое натуральное число в синий, зелёный или красный цвет так, чтобы все три цвета присутствовали и цвет суммы любых двух разноцветных чисел не совпадал с цветами слагаемых?

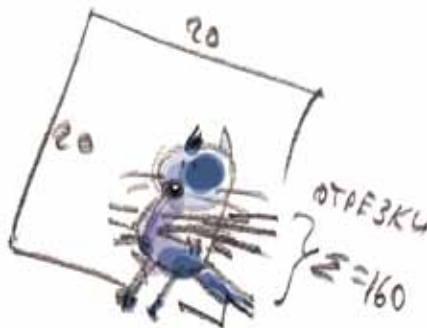
3. В Министерстве Пропаганды работали честные сотрудники (которые всегда говорили правду) и патологические лжецы (которые всегда лгали). Каждый сотрудник знал про любого другого, честный тот или лжец. Вновь назначенный Министр Пропаганды у каждого подчиненного спросил про какого-то другого подчинённого, честный тот или лжец. При этом ни про какого подчинённого Министр не спрашивал дважды. После опроса Министр выгнал из Министерства всех сотрудников, которые были названы честными. Могло ли у Министра остаться ровно 2013 подчинённых?

4. На плоскости проведено 7 прямых. Оказалось, что среди любых четырёх из них найдутся две параллельные. Докажите, что среди этих семи прямых найдутся три параллельные.

5. Внутри квадрата со стороной 20 проведено несколько отрезков суммарной длины 160, которые разбивают его на несколько прямоугольников. При этом концы каждого проведённого отрезка принадлежат другим отрезкам или сторонам квадрата, и никакие два отрезка не имеют больше одной общей точки. Докажите, что хотя бы у одного прямоугольника периметр не меньше площади.

7 класс

1. Диего хочет покрыть квадрат 6×6 восемнадцатью фигурками домино. Может ли он так разместить в ква-



драте три фигурки домино (без наложений), чтобы оставшаяся часть квадрата можно было покрыть оставшимися фигурками единственным способом?

2. При каких натуральных k можно разрезать какой-нибудь треугольник на k четырёхугольников равной площади?

3. В остроугольном треугольнике ABC проведена биссектриса BD . В треугольнике ADB проведена высота DE , а в треугольнике BCD – медиана DF . Оказалось, что $BC + FD = 2BE$. Найдите угол DFC .

4. На шахматной доске отмечено 32 клетки. Какое наибольшее количество коней можно гарантировано поставить на эти клетки так, чтобы они не били друг друга?

5. В летний лагерь приехало 300 школьников. Оказалось, что количество троек попарно знакомых школьников больше, чем количество пар знакомых школьников. Докажите, что найдется школьник, знакомый хотя бы с пятью другими.

8 класс

1. Сколькими способами можно расставить во всех клетках таблицы 4×4 числа 1 и 2 так, чтобы суммы чисел во всех строках и столбцах были просты?

2. Может ли натуральное число делиться на все числа от 1 до 500, кроме каких-то двух последовательных? Если да, то найдите эти два числа (укажите все варианты).

3. Петя и Вася по очереди (начинает Вася) делают ходы на сетке размером а) 2013×2013 ; б) 2013×2014 узлов. При своём ходе игрок соединяет отрезком два узла сетки так, чтобы проведённый отрезок не проходил через другие узлы и не пересекал (во внутренних точках) ранее проведённых отрезков. Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

4. На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ выбраны такие точки E и F , что $AE = AB$ и $AF = AD$. Пусть G и H – основания перпендикуляров, опущенных на сторону AB из точек E и F соответственно. Докажите, что $AG + FH = AC$.

5. Положительные числа a, b, c, d таковы, что $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1$. Докажите, что $\frac{2}{(a^2 + b^2)(c^2 + d^2)} \leq \frac{1}{ab} + \frac{1}{cd}$.



Художник Сергей Чуб