e-mail: kvantik@mccme.ru
Издаётся при поддержке Московского центра непрерывного математического образования (МЦНМО)
№ 4 | апрель 2014

ЖУРНАЛ
КВАНТИК
ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ

№4
апрель
2014

ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

ЧЕТЫРЕ СТИХИИ ЭМПЕДОКЛА

ПОЧЕМУ ПТИЦЫ НЕ ГЛОХНУТ?

Enter

ДОРОГИЕ ДРУЗЬЯ!

Вы можете оформить подписку на «Квантик» в любом отделении Почты России. Подписаться на следующий месяц можно до 10 числа текущего месяца. Наш подписной индекс **84252** по каталогу Роспечати.

Почтовый адрес: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., д.11, журнал «Квантик». Подписной индекс: 84252

Первые три выпуска
АЛЬМАНАХА «КВАНТИК»
с материалами номеров 2012 года и первого полугодия 2013 года, а также все остальные вышедшие номера можно купить в магазине
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КНИГА»
по адресу: г. Москва,
Большой Власьевский пер., д. 11,
http://biblio.mccme.ru
или заказать
по электронной почте:
biblio@mccme.ru

ISSN 2227-7986 04

www.kvantik.com
@ kvantik@mccme.ru
kvantik12.livejournal.com
vk.com/kvantik12

Появилась подписка на электронную версию журнала!
Подробности по ссылке: **http://pressa.ru/magazines/kvantik#/**

Главный редактор: Сергей Дориченко
Зам. главного редактора: Ирина Маховая
Редакция: Екатерина Антоненко, Александр Бердников, Алексей Воропаев, Дарья Кожемякина, Андрей Меньщиков, Максим Прасолов, Григорий Фельдман
Главный художник: Yustas-07
Верстка: Ира Гумерова, Рая Шагеева
Обложка: художник Анна Горлач
Формат 84х108/16. Издательство МЦНМО

Журнал «Квантик» зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ N ФС77-44928 от 4 мая 2011 г.
ISSN 2227-7986
Тираж: 3000 экз.
Адрес редакции: 119002, Москва, Большой Власьевский пер., 11.
Тел. (499)241-74-83. e-mail: kvantik@mccme.ru

По вопросам распространения обращаться по телефону: (499) 241-72-85;
e-mail: biblio@mccme.ru
Подписаться можно в отделениях связи Почты России, подписной индекс **84252**.
Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами в ЗАО «ИПК Парето-Принт», г. Тверь.
www.pareto-print.ru
Заказ №

СОДЕРЖАНИЕ

ЧЕТЫРЕ СТИХИИ ЭМПЕДОКЛА

Константин Богданов

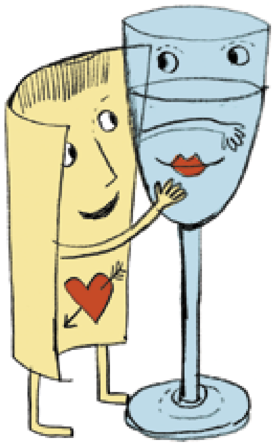
Эмпедо́кл – древнегреческий философ, врач и жрец, живший на острове Сицилия 2500 лет тому назад.

Эмпедокл считал, что всё сущее состоит из четырёх первоначальных стихий: земли, воздуха, огня и воды. Две противоборствующие силы – любовь и ненависть, или же симпатия и антипатия, – воздействуют на эти стихии, объединяя и разъединяя их в бесконечном количестве разнообразных форм (цит. по энциклопедии «Древний мир» в 2 кн. Кн. 2. Л-Я. М.: ОЛМА-ПРЕСС Образование, 2004).

В наше время рассуждения Эмпедокла иногда вызывают смех, ведь всем известно, что предметы состоят из атомов и молекул. А бесконечное разнообразие природы, о котором говорил Эмпедокл, вызвано многочисленными химическими реакциями между молекулами и атомами.

Да и причём здесь любовь и ненависть, симпатия и антипатия? Как может, например, лист бумаги любить бокал с водой или спичка ненавидеть мыло?

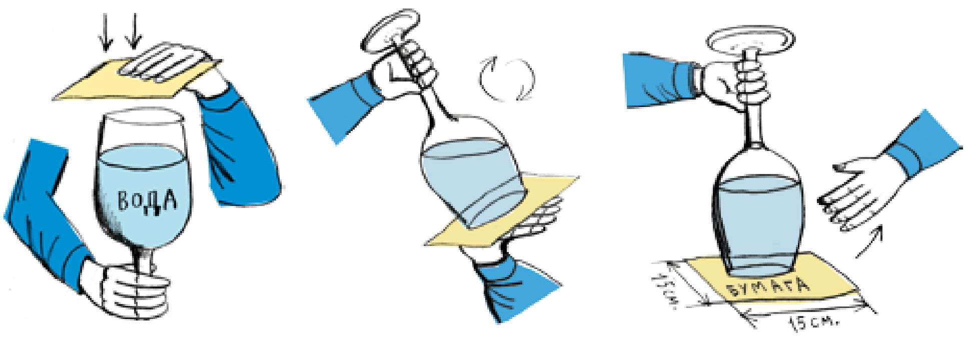
Чтобы ответить на эти вопросы, поставим простые опыты, ведь, как сказал знаменитый Леонардо да Винчи, единственным критерием истины является опыт.



ОПЫТ 1.

ЛЮБИТ ЛИ ЛИСТ БУМАГИ БОКАЛ С ВОДОЙ?

Вырежем из плотной бумаги квадрат со стороной 15 см. Лучше всего для этих целей подойдёт обложка настенного календаря. Возьмём бокал с обычной водопроводной водой, накроем бумажным квадратом и аккуратно перевернём, плотно прижимая лист к бокалу.

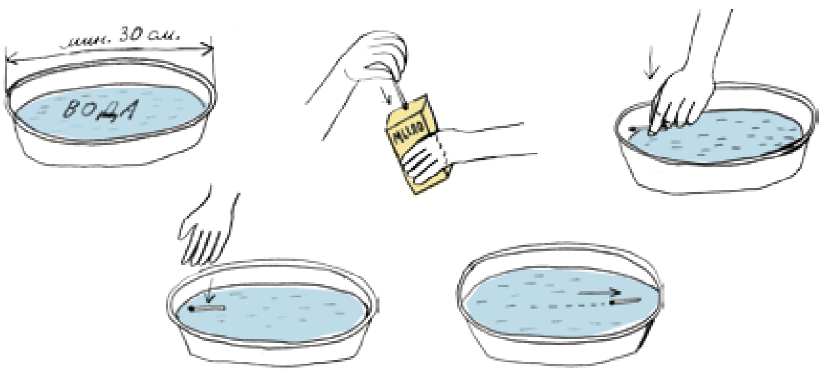


Когда бокал окажется перевёрнутым и движение воды в нём прекратится, перестанем держать лист и отведём руку в сторону. Если мы всё сделаем верно, то лист бумаги не оторвётся от бокала с водой и как бы притянется к нему (см. рисунок на стр. 2). Неужели Эмпедокл был прав, и лист бумаги влюбился в бокал с водой? Почему это происходит? Видео этого опыта, выполненного автором, можно найти на главной странице сайта «Квантика»: www.kvantik.com.

ОПЫТ 2.

ПОЧЕМУ СПИЧКА НЕНАВИДИТ МЫЛО?

Возьмём большую ёмкость (лоток для приготовления заливных блюд и студня, глубокую сковороду или кастрюлю диаметром не менее 30 см, ведро или даже ванну). Ополоснём её, чтобы удалить остатки мыльного раствора, и заполним холодной водопроводной водой. Затем возьмём спичку, опустим на секунду её головку в любой шампунь, а потом аккуратно положим эту спичку на поверхность воды и отпустим. Мы увидим, что спичка быстро уплывает от «мыльного места», где она коснулась воды головкой. Спичка как будто ненавидит мыльный раствор, если пользоваться терминологией Эмпедокла, и стремится к чистой воде. Почему? Видео этого опыта, выполненного под руководством автора, можно найти на главной странице сайта «Квантика»: www.kvantik.com.



Редакция журнала ждёт ваших объяснений этих опытов. Лучшие ответы и видео опытов будут опубликованы на сайте «Квантика». В следующих номерах журнала читайте описание новых опытов из рубрики «Четыре стихии Эмпедокла».

Художник Артём Костюкевич

Игорь Акулич

Стрелки возвращаются

Эта статья продолжает цикл статей о приключениях со стрелками (см. «Квантик» №№ 1, 6, 7 за 2012 год)

– Что-то ты, Федя, задумчив стал последнее время. Чувствую, неспроста.

– Ты прав, Даня. Всё часы не дают мне покоя. В смысле, стрелки.

– А что в них такого? Мы с тобой, кажется, кучу задач про них решили. Почитай, все секреты раскрыли.

– Боюсь, не все. Вот скажи мне, например, есть ли практическая польза от часов, у которых имеется лишь одна стрелка – часовая?

– А почему нет? Если циферблат крупный и с его помощью можно с высокой точностью определить, куда указывает часовая стрелка, то ты и время узнаешь, с ошибкой, может, минут пять, не больше. Да вот хотя бы солнечные часы – у них тоже одна стрелка...

– Согласен. А если циферблата тоже нет, и есть просто часовая стрелка – и больше ничего?

– Ты ещё спрашиваешь! Понятно, что в таком случае любому положению стрелки может соответствовать любое время. Такие часы хоть выбрось.

– Ладно. Давай перейдем к часам с двумя стрелками – часовой и минутной. История та же: часы идут абсолютно верно, но циферблат отсутствует. Можно ли определить время по таким часам?

– Дай-ка подумать... А ведь мы уже решали такую задачу! В смысле, не такую, но схожую. Помнишь, мы выясняли, сколько раз в сутки совпадают часовая и минутная стрелки? Оказалось, 22 раза, а за половину суток (то есть за полный оборот часовой стрелки) – 11 раз. И, в общем-то, та же ситуация с любым заданным углом между стрелками (если измерять их в одном и том же направлении от часовой стрелки к минутной). Этот угол принимает любое значение больше 0 и меньше 360° те же 11 раз за полусутки. Так что ответ ясен: нет!

– А заметил ли ты, что в первом случае (с одной стрелкой) любому её положению соответствует бесконечное множество значений времени, а во втором случае – конечное? Какой резкий переход!

– Похоже, ты из заочной математической школы перевелся в заочную философскую. Ясно, что две стрелки – не одна стрелка. Ну и что с того?

– А то, что столь резкое качественное изменение результата позволяет мне спрогнозировать дальнейшее развитие событий. Пусть у нас имеются все три стрелки, а циферблат по-прежнему отсутствует. Можно ли по их положению однозначно определить время? Анализируя и синтезируя предыдущие результаты, смело делаю прогноз: да!

– Смелость, конечно, города берёт, но... без доказательства как-то не очень верится.

– Вот я и хочу найти доказательство, но не могу! От того и тоска.

– Не думаю, что оно должно быть суперсложным. Может, попробуем «от противного»? Пусть однозначно определить время нельзя. Тогда есть два момента, когда взаимное положение стрелок одинаковое. А что это значит? А то, что из первого такого положения можно второе получить, повернув все стрелки на один и тот же угол. Давай его за x обозначим.

– А толку-то?

– Смотри, минутная стрелка движется в 12 раз быстрее часовой, а секундная – в 60 раз быстрее минутной. Поэтому если часовая стрелка прокрутилась на x, то минутная – на $12x$, а секундная – аж на $720x$.

– И что дальше?

– Слушай, а давай как раньше сделаем – будем всё относительно часовой стрелки вычислять. Ну, то есть будем всё время держать циферблат часовой стрелкой кверху. Тогда минутная стрелка от неё убежит на угол $11x$, а секундная – на $719x$. А в итоге и минутная, и секундная стрелки снова на свои места должны попасть! Значит, угол $11x$ – это несколько полных оборотов, скажем N, и угол $719x$ – тоже, скажем K. Тогда

$$11x = N, \qquad 719x = K.$$

– Как с этой системой быть, мы уже знаем. Опыт есть. Поделим одно уравнение на другое, избавимся от знаменателей и получим: $719N = 11K$.

– И что потом?

– И всё потом! Из последнего равенства следует, что N делится на 11. У нас N не 0 – мы же разные

моменты времени рассматриваем. Тогда N не меньше 11, то есть минутная стрелка не меньше 11 оборотов сделала относительно неподвижной часовой стрелки. А это значит, что минимум половина суток прошла. А через полсуток и так понятно, что положение стрелок повторится. Так что если мы день от ночи умеем отличать, то время не спутаешь!

– Так что же получается? Оказывается, для точно идущих часов с тремя стрелками циферблат вообще не нужен, потому что их любое возможное взаимное расположение может соответствовать только одному моменту времени. То есть глянул на часы (без циферблата!), под каким бы углом они ни располагались, и сразу по стрелкам: текущее время такое-то! Впечатляет! Или можно сконструировать такие часы (и повесить себе на стену), у которых циферблата нет, а часовая стрелка показывает всё время вверх. Никто по таким часам время не определит, а мы – запросто!

– Что-то меня сомнение гложет. «Прямая» задача – определить по текущему времени взаимное расположение стрелок (то есть углы между ними) – дело, конечно, простое. А вот обратная... ой-ёй-ёй! Не знаю даже, как и подступиться.

– Я, правда, тоже не знаю... О! Смотри! Учитель идёт! Вот кто нам поможет! Сергей Александрович! Посмотрите, пожалуйста, что у нас вышло!

Познакомившись с рассуждениями Феди и Дани, учитель сказал:

– Думаю, ребята, процентов 95 всего необходимого вы уже сделали. Я просто пойду по вашим стопам. Пусть в какой-то момент времени угол между часовой и минутной стрелками (измеряемый, как у вас, в долях от полного оборота в направлении вращения стрелок), равен $\Delta_м$ (где, очевидно, $0 \leqslant \Delta_м < 1$), а угол между часовой и секундной стрелками равен $\Delta_с$ (с теми же ограничениями). Задача сводится к тому, чтобы определить, на какой угол x (пока неизвестный) сдвинулась в этот момент от начала отсчёта (то есть числа «12») часовая стрелка. Мы уже знаем, что минутная и секундная стрелки прошли при этом пути $12x$ и $720x$, так что можем составить систему:

$$\begin{cases} 11x = \Delta_м + m, \\ 719x = \Delta_с + n, \end{cases}$$

где m и n – тоже пока неизвестные целые числа, имеющие ограничения: $0 \leqslant m < 12$ и $0 \leqslant n < 720$. А теперь поделим первое уравнение на второе, потом избавимся от знаменателей, и вот что выходит:

$$11n - 719m = 719\Delta_м - 11\Delta_с.$$

Сразу ясно, что далеко не для всех $\Delta_м$ и $\Delta_с$ (пусть даже удовлетворяющих ограничениям $0 \leqslant \Delta_м < 1$ и $0 \leqslant \Delta_с < 1$) уравнение имеет решение. По крайней мере, выражение это $Z = 719\Delta_м - 11\Delta_с$ должно быть *целым* числом.

Вас, как я понимаю, интересует вопрос: можно ли, поглядев на часы без циферблата (и определив при этом $\Delta_м$ и $\Delta_с$, а отсюда и Z), по возможности быстро решить уравнение $11n - 719m = Z$, найдя m и n, а отсюда и x, то есть текущее время.

Насчёт решить – проблем особых нет. Такие уравнения называются диофантовыми, и методика их решения давным-давно разработана. Особенно облегчает процесс то, что мы заранее знаем: для любых «реальных» $\Delta_м$ и $\Delta_с$ решение есть, и притом единственное!

А вот насчёт определения самих $\Delta_м$ и $\Delta_с$ по показаниям стрелок – как раз проблема! Обратите внимание, насколько велик коэффициент при $\Delta_м$ – аж 719. Это значит, что если мы при взгляде на часы ошибёмся при определении $\Delta_м$ хотя бы на 1/719 оборота, то это изменит величину Z, и решение уравнения станет другим. Значит, и текущее время мы определим неверно. А ведь 1/719 оборота – это примерно *полградуса*! Вы можете визуально определить угол с погрешностью менее полградуса?

– Не знаю... Полградуса – насколько это мало?

– Ну, например, наименьшее деление на обычном циферблате (то есть угол, который минутная стрелка проходит за минуту, а секундная – за секунду), составляет 6 градусов. И потому полградуса есть *двенадцатая* часть такого минимального деления.

– Тогда я сдаюсь. Такой угол определить «на глаз» я не смогу.

– И я тоже.

– Тогда, ребята, вопрос исчерпан. Не всякую красивую идею можно реализовать. Но это ещё ничего. В одном рассказе Марка Твена упоминаются часы, у которых без десяти десять часовая и минутная стрелки сцеплялись и дальше шли вместе. Вот это была проблема! Радуйтесь, что не ваша.

Художник Алие Аблямитова

Максим Прасолов

Жёсткая конструкция

ЗАДАЧА

Как связать три одинаковые прямые палки верёвками так, чтобы палки друг друга не касались (даже через прилегающую часть верёвки, как на рисунке 1), но получилась бы жёсткая конструкция (в которой никакую палку нельзя пошевелить, кроме как двигая всю конструкцию целиком)?

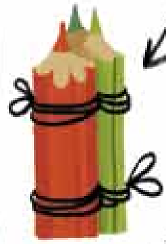


Рис. 1

Попробуйте придумать решение и проверьте его своими руками! Возьмите три одинаковых карандаша (или ручки) и много одинаковых кольцевых резинок диаметром примерно 6 см (рис. 2).

Рис. 2

Резинки удобнее верёвочек тем, что не надо угадывать их длины – резинки сами растянутся как нужно. Осталось угадать, как связать карандаши.

Мы предлагаем удобный способ завязать резинку на карандаше: сделайте петлю, как на рисунке 3, в неё по стрелочке проденьте карандаш и затяните резинку (рис. 4).

Рис. 3

Рис. 4

Если ваши резинки слишком короткие, их легко превратить в длинные, связывая две резинки в одну, как показано на рисунке 5.

Рис. 5

Читайте решение в следующем номере!

Художник Анастасия Мошина

ЛЕВ ТЕРМЕН: НЕ БОЛЕЕ И НЕ МЕНЕЕ

Светлана Ковалёва

Окончание. Начало в «Квантике» №3

В «шарашке» Термен изобрёл уникальную систему «Буран» для прослушивания объектов на дальнем расстоянии. Принцип действия «Бурана» заключался в том, что на окно наводился невидимый (инфракрасный) луч. Во время каких-либо разговоров в комнате оконное стекло выполняло роль мембраны. Это было нечто вроде беспроволочного телефона, который действовал на расстоянии около километра. «Буран» использовался для прослушивания иностранных посольств в Москве. Много лет американцы не могли обнаружить никаких следов подслушивающих устройств в своём посольстве. Им и в голову не могло прийти, что подслушивающим устройством было само здание!

Тюремные фотографии Термена

За «Буран» Термена наградили Сталинской премией 1 степени и освободили. Он получил квартиру в престижном доме, дачу, машину. Изобретатель обращался к правительству с просьбой разрешить его жене Лавинии приехать к нему из США, но не получил ответа. Лавиния ждала его много лет, так и не вышла снова замуж и умерла в Нью-Йорке в 1988 году. Термену было 50 лет, когда он женился в третий раз на сотруднице системы госбезопасности Марии Фёдоровне Гущиной. В 1948 году у них родились девочки-двойняшки Лена и Наташа. Обе пошли в какой-то степени по стопам отца: Лена стала физиком, а Наташа работала преподавателем музыки.

После освобождения Лев Сергеевич ещё долгое время оставался засекреченным, родственники считали его погибшим, пока в конце сороковых годов Термена не встретил случайно на Манежной площади его двоюродный брат, знаменитый антрополог М.Ф. Нестурх.

МЕХАНИК ШЕСТОГО РАЗРЯДА

Только в начале 1960-х годов Лев Борисович смог вернуться к работе в Московской консерватории. Там он создал несколько терменвоксов и терпситонов. Об этом случайно узнал корреспондент «Нью-Йорк

Термен изобрёл первое подслушивающее устройство, не требующее источника питания. Его встроили в деревянное изображение Большой печати США и в 1945 году подарили американскому послу «в знак дружбы союзнику в борьбе с фашизмом». С помощью этого «жучка» советская разведка 8 лет прослушивала посольство США в Москве, после чего устройство обнаружили.

Огромный терменвокс в городе Мельбурн, Австралия. *Источник: Brian McNamarra, www.flickr.com*

Таймс». Великий Термен жив! Для Америки это стало сенсацией, а для Термена – катастрофой. Руководству консерватории не понравилось, что их сотрудник дал интервью представителю капиталистической прессы. Термена уволили, а аппаратуру выкинули на помойку.

Гениальный учёный в 70-летнем возрасте оказался не у дел. Это было хуже неволи – вся жизнь для него была в работе. Но нашёлся человек, который не побоялся помочь опальному учёному. Будущий ректор МГУ Рэм Викторович Хохлов пристроил Термена на кафедре акустики физического факультета. Термен получил должность… механика 6 разряда: по советским законам пенсионеры могли занимать лишь рабочие должности.

В университете Термен создал новый вариант терменвокса, в котором тембры переключались движением глаз: за зрачками следил фотоэлемент. Термен работал над проблемой непосредственного управления музыкой в зависимости от психо-физиологического состояния человека: инструментом должна была управлять мысль композитора. Хохлов обещал Термену создать специальную музыкальную лабораторию, но осуществить этот план не успел.

ПОСЛЕДНИЕ ТРИУМФЫ

В конце 1980-х годов с новой силой вспыхивает мировая слава Термена. Он выступает на музыкальном фестивале в Бурже с докладом о синтезе классической и электронной музыки. Историческая родина великого изобретателя удостаивает его высшей почести – ордена Почётного легиона. В 1991 году Термен по приглашению Стэнфордского университета посещает США, где о нём снимают фильм «Термен. Электронная Одиссея» и вручают специально отчеканенную в его честь золотую медаль. И последняя триумфальная поездка – в 1993 году (в возрасте 97 лет!) Термен посещает Королевскую консерваторию в Гааге, где на открытии музея электронной музыки его дочь Наташа играет на терменвоксе, а завершает пьесу – под восторженные овации зала – сам Лев Сергеевич. «Не более и не менее!»

До конца жизни Термен не уставал удивлять окружающих – и не только своими фантастическими изобретениями. В 1991 году он вступает в коммунистическую партию. Он добивался этого много лет и добился тогда, когда все оттуда разбежались. На вопрос, зачем это ему собственно нужно, Лев Сергеевич отвечал, что обещал вступить в партию… Ленину.

«СРЕДСТВО МАКРОПУЛОСА»

В последние годы своей жизни Термен видел своё высшее предназначение в реализации идеи продления жизни, которую он назвал «микроскопией времени». Идея эта состояла в замене кровяных телец, отживших свой срок, новыми кровяными тельцами, выращиваемыми в инкубаторе. Кто знает, может, ему удалось бы осуществить и эту идею, как ему удавалось всё, но его собственная жизнь, которая уже казалась неподвластной времени, подходила к концу. Он до последних дней оставался молодым – сохранил энергию, ясный ум и открытую улыбку.

В ноябре 1993 года Льва Сергеевича Термена не стало. Всего три года он не дожил до своего столетия, широко отмечавшегося в 1996 году во всем мире.

Наследие Термена огромно. Невозможно перечислить все его изобретения, которые сам автор называл просто «пустячками». Создатель первого музыкального синтезатора американец Роберт Муг так сказал о Термене: «Он сделал в музыке то же, что и братья Райт – в авиации».

НОВОЕ РОЖДЕНИЕ ТЕРМЕНВОКСА

Терменвокс не забыт и в наши дни. Композитор и лучшая в мире исполнительница на терменвоксе Лидия Кавина дала свыше 400 концертов в бывшем СССР, Восточной Европе, Франции, Германии, Италии, Бразилии и США. Она работала в гамбургском театре с музыкальным оформлением спектакля «Алиса в стране чудес» Тома Уэйтса и подготовила с этим выдающимся музыкантом новое шоу «Чёрный рыцарь». Почти одновременно с гастролями Кавиной в Вене изобретатель Андрей Смирнов, основатель «Термен-центра» при Московской консерватории, устроил в 100 км от столицы Австрии концерт с участием 8 терменвоксов! Так терменвокс успел пройти большой путь от триумфа к забвению и затем, через его новое осмысление, – вновь к возрождению.

Кстати, Термен шутил насчёт своего возраста, читая свою фамилию наоборот: «Термен не мрёт».

Современный терменвокс.
Фото: Bernd Hutschenreuther, викимедия

Лидия Кавина начала обучение игре на терменвоксе в 9 лет у самого Термена.

Александр Бердников

ПОЧЕМУ ПТИЦЫ НЕ ГЛОХНУТ?

Рис. 1

Рис. 2

Рис. 3

Такой вопрос мне часто приходил на ум, когда я проходил мимо стаи весело чирикающих воробьёв. Даже поодаль от них бывает неприятно от такого звонкого гвалта. Хочется будто бы «зажмурить» уши. А для самой птицы её песня должна быть ещё в десятки раз громче, ведь её уши куда ближе к источнику звука. Оказалось, что у птиц есть специальный защитный механизм – образно говоря, они действительно умеют «зажмуривать» уши. Но обо всём по порядку.

Очень громкие звуки могут повредить уши и даже привести к глухоте. Бороться с громкими звуками, причём не только птицам, но и всем животным, помогает так называемый *акустический рефлекс*. Чтобы понять, как он работает, напомним вкратце устройство уха. Посмотрите на рисунок 1. Из ушной раковины вглубь черепа идёт наружный слуховой проход, упирающийся в барабанную перепонку. Давайте на это место посмотрим внимательней (см. рис. 2).

Колебания воздуха (звук), пройдя по слуховому проходу, заставляют колебаться барабанную перепонку. Её вибрация передаётся по цепочке из трёх косточек – молоточка, наковальни и стремечка – во внутреннее ухо, концентрируя звук. О том, что происходит со звуком во внутреннем ухе, мы здесь рассказывать не будем, а разберёмся, как звук ослабляется, прежде чем попадёт во внутреннее ухо.

На рисунке 2 видны две мышцы (красные), которые отвечают за акустический рефлекс. Первая натягивает барабанную перепонку (как и сказано в её названии). Перепонке становится труднее колебаться, и она начинает слабее дёргать молоточек, пропуская меньше звуков. Так мышца защищает внутреннее ухо, например... от звуков жевания. Вы, наверное, замечали, что если кто-то рядом жуёт капусту, вы слышите вполне умеренный хруст; а вот когда капусту жуёте вы сами, в ушах стоит такой треск – чужую речь не различишь! Если бы не мышца, напрягающая барабанную перепонку, треск был бы ещё громче. Эта мышца защищает нас и от опасностей, неслышимых со стороны – вибраций глотания, зевания и т.п.

На самом деле, мышцу, напрягающую барабанную перепонку, используют в качестве такого глушителя совсем немногие животные. Это и не удивительно: другая интересная мышца – стременная – гораздо лучше справляется с этой работой. Интересна она тем, что это самая маленькая скелетная мышца человека, контролирующая самую маленькую кость человека – стремечко (рис. 3). Напрягаясь, стременная мышца уменьшает колебания стремечка, отодвигает его от внутреннего уха, и проводимый стремечком звук приглушается.

Когда мы слышим громкий звук или как раз перед тем, как мы сами громко запоём или закричим, эти две мышцы напрягаются и оберегают наши уши. Это и есть акустический рефлекс. Он срабатывает у певца, слушателя концерта, стрелка... У птиц он развит сильнее, но особо важна его роль для животных, использующих эхолокацию – для летучих мышей, например. Чтобы ориентироваться в полной темноте, они издают короткие крики (как правило, ультразвуковые, то есть очень высокие, неслышимые человеческим ухом) и слушают их отражения от окружающих предметов. По эху они хорошо восстанавливают окружающий рельеф (правда, так они понимают только форму предметов и, например, путают ровную пластину с гладью воды).

Чтобы отчётливо слышать слабое эхо, летучим мышам важно «уклониться» от прослушивания своего начального громкого крика. В этом им помогает акустический рефлекс, который у летучих мышей развит значительно больше.

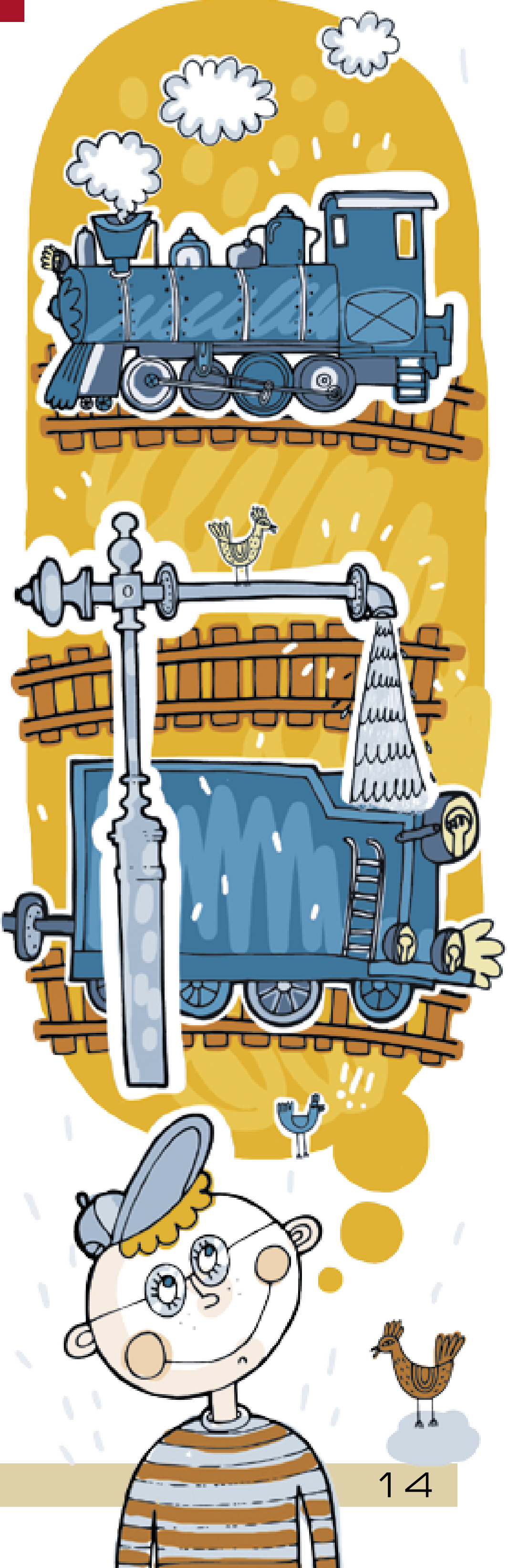
Многие люди могут сознательно напрягать эти мышцы. При этом слышно, как мышцы работают. Это происходит потому, что они сокращаются не плавно, а совершая десятки рывков в секунду. Чтобы сознательно управлять акустическим рефлексом, можно тренироваться, зевая от души (только не переусердствуйте!) и ловя те ощущения и усилия, после которых появляется характерный шум в ушах.

Даже если вы не можете намеренно вызвать акустический рефлекс, его можно пронаблюдать другим способом – громко хлопнув в ладоши рядом с ухом. Сразу после хлопка вы почувствуете, как сработали мышцы, защищающие ваши уши от возможной угрозы.

Художник Ольга Демидова

Сергей Дворянинов

Центр тяжести



На каникулах Толик Втулкин был в музее железнодорожного транспорта. Там он обратил внимание на колонку, из которой в старину заправляли водой паровозы (см. рисунок на полях).

Толик заметил, что её верхняя горизонтальная часть похожа на... секундную стрелку, изображённую на рисунке рядом с названием статьи.

Для чего эта стрелка имеет ненужное, на первый взгляд, утолщение на конце? На него, правда, немного материала уходит, а вот на гидроколонку – уже много. Сначала Толик подумал, что можно обойтись и без этих излишеств, но потом понял их назначение.

У каждого тела есть центр тяжести. У однородного круга он совпадает с центром круга, у прямоугольника, квадрата и параллелограмма – с точкой пересечения их диагоналей. Центр тяжести треугольника – точка пересечения его медиан. Центр тяжести отрезка (по сути, очень узкого прямоугольника) совпадает с серединой отрезка.

Стрелки часов закреплены на оси, на которой они вращаются. Центр тяжести секундной стрелки, за счёт её утолщения на коротком конце, оказывается ближе к оси. В результате стрелка движется более плавно и меньше раскачивает ось. Для часовой и минутной стрелок это не так важно – они движутся менее интенсивно. Кроме того, чем ближе центр тяжести к оси, тем легче приводить стрелку во вращение.

А что же с колонкой? Утолщённое продолжение трубы в противоположную сторону тоже служит противовесом. Вообще, если мы хотим, чтобы некоторая механическая система была устойчива, её центр тяжести следует располагать над точкой опоры.

Толик вспомнил, как у них на кухне была небольшая кастрюля с одной ручкой, довольно тяжёлой. Если кастрюля была наполнена доверху, она устойчиво стояла на плите. А вот когда воды в ней было мало или совсем не было, то тут просто беда. Малейший толчок, неловкое движение – и кастрюля опрокидывалась на бок. Ясно, почему. Ручка перевешивала, центр тяжести выходил за пределы опоры. В конце концов, эту опасную кастрюлю заменили другой, с ручкой покороче.

Когда турист несёт за спиной тяжёлый рюкзак (от немецкого Rucksack – заплечный мешок; Sack – мешок) с походным снаряжением, он наклоняется вперёд – при этом центр тяжести системы «человек + рюкзак» оказывается над точкой опоры. В некоторых странах корзины с грузом носят на голове, опять же располагая центр масс груза над точкой опоры.

Люди давно заметили, что два ведра на коромысле нести легче, то есть удобнее, чем одно в руке.

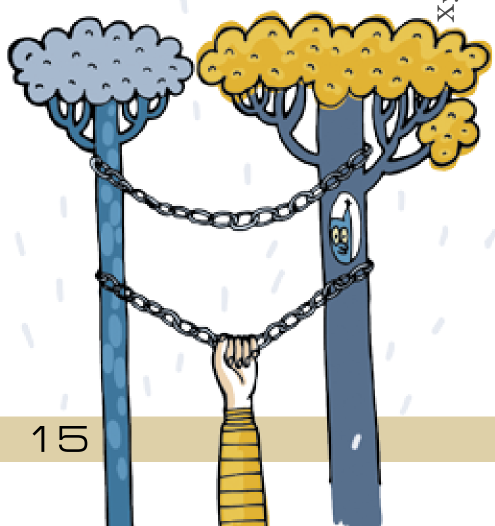
Строительный кран имеет противовес – он компенсирует тяжесть поднимаемого краном груза и препятствует падению.

Когда метатель молота раскручивает молот перед броском, то сам наклоняется в сторону, противоположную молоту. При этом центр тяжести системы «человек + молот» оказывается на оси вращения этой системы и опять же над точкой опоры.

А помните «невероятный молоток» из «Квантика» № 1 за 2013 год (см. фото)? Центр тяжести молотка находился вертикально под точкой опоры линейки, и конструкция оказалась устойчивой.

Задача. Нижняя цепь на рисунке справа сначала висела так же свободно, как и верхняя (лишь её концы были закреплены). Потом нижнюю цепь натянули, потянув её середину вниз. Что при этом произошло с центром тяжести цепи – он поднялся, опустился или остался на месте?

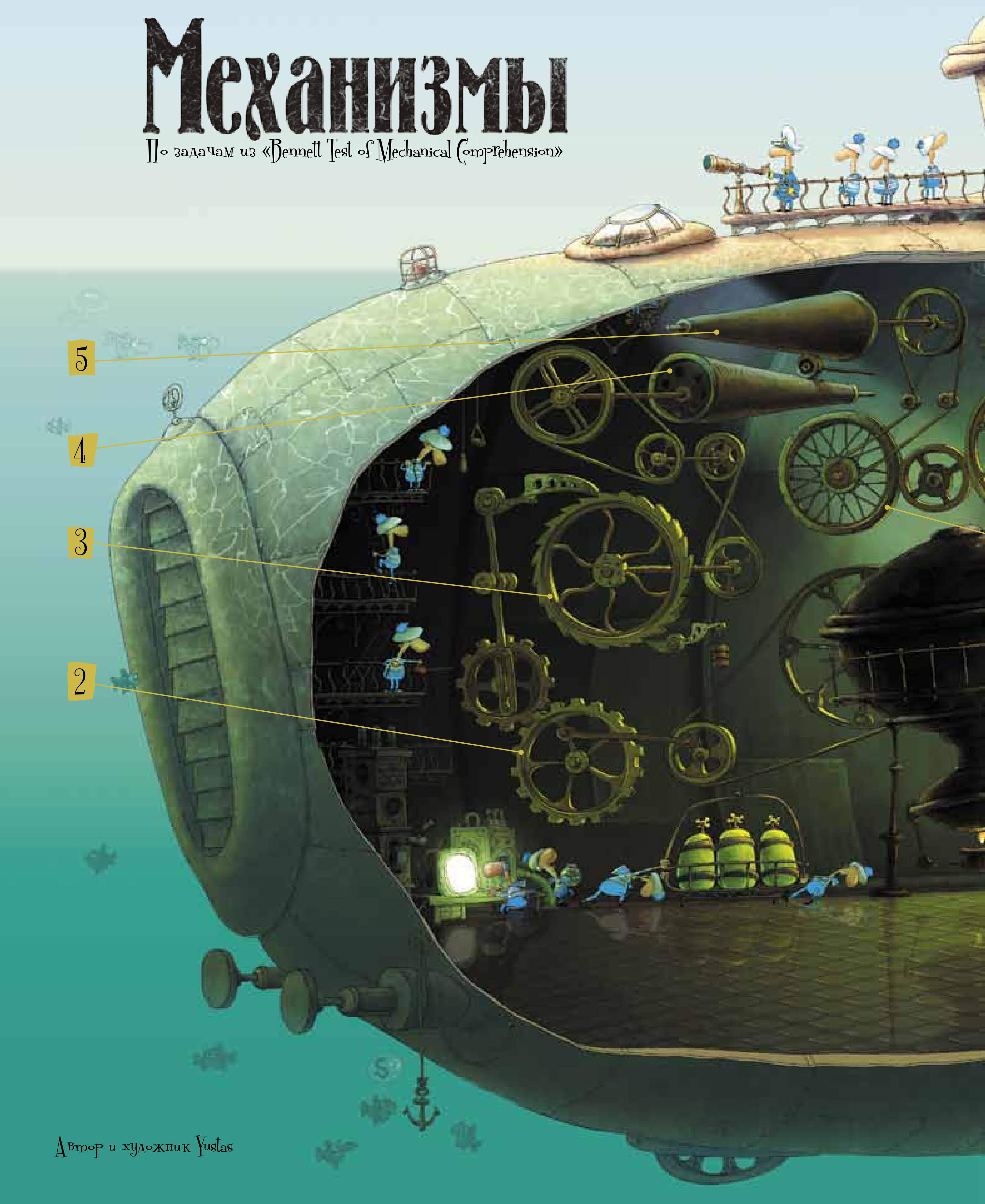
А как найти центр тяжести какого-нибудь плоского предмета? Если подвесить предмет за любую его точку, то центр тяжести предмета окажется точно под ней – он лежит на вертикальной прямой, проходящей через точку подвеса. Подвешивая предмет за разные точки и проводя такие прямые, можно найти их точку пересечения – она укажет на центр тяжести предмета.



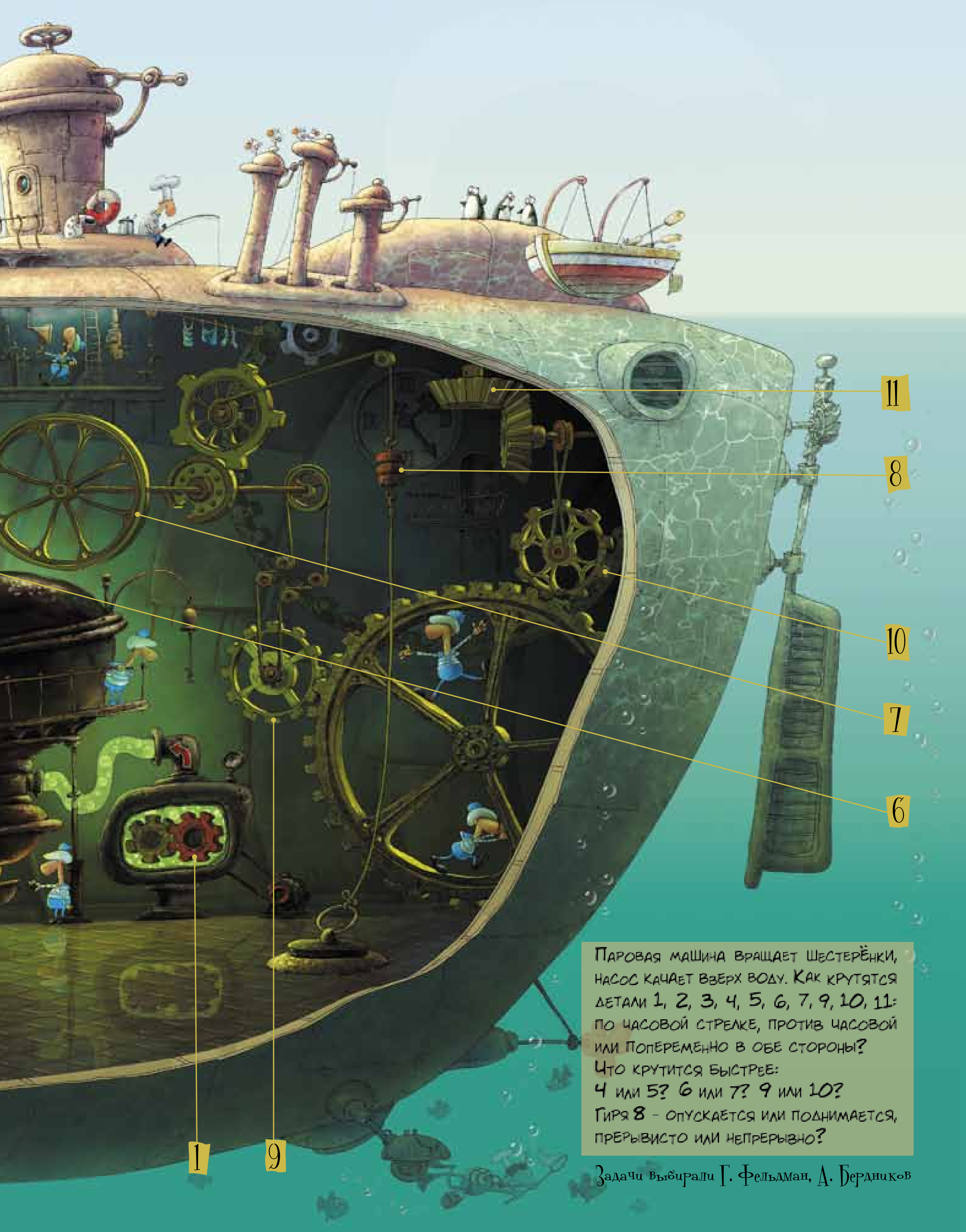
Художник Татьяна Ахметгалиева

Механизмы

По задачам из «Bennett Test of Mechanical Comprehension»



Автор и художник Yustas



Паровая машина вращает шестерёнки, насос качает вверх воду. Как крутятся детали 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11: по часовой стрелке, против часовой или попеременно в обе стороны?

Что крутится быстрее:
4 или 5? 6 или 7? 9 или 10?

Гиря 8 – опускается или поднимается, прерывисто или непрерывно?

Задачи выбирали Г. Фельдман, А. Бердников

РЭНДЗЮ

Дмитрий Епифанов

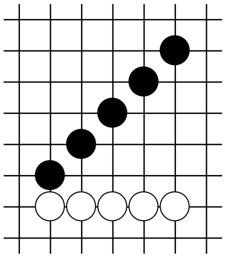
Наверное, почти все читатели играли в крестики-нолики на доске 3×3, имея целью поставить три своих значка в ряд. Вскоре наскучивает: преимущества начинающего не хватает для победы, и если второй игрок защищается правильно, он всегда может обеспечить себе ничью. Но у этой простой игры есть большое продолжение, о котором я и расскажу.

Когда-то очень давно, около четырех тысяч лет назад, китайцы придумали расчертить песок параллельными линиями на клетки и играли разноцветной галькой, пытаясь поставить 5 камней своего цвета в ряд. Это занятие оказалось куда более увлекательным, чем игра «три в ряд», и потихоньку завоевало народную любовь в Древнем Китае. В VII веке нашей эры игра попала в Японию. Японцы, как вы знаете, во многих незамысловатых занятиях умеют увидеть искусство – в складывании из бумаги, составлении букетов, питье чая... Нашей игре повезло: кто-то из древних жителей Страны восходящего солнца оценил её глубину и богатство возможностей. Получив название «гомоку» (в переводе «пять предметов», «пять камней») и «гомокунарабэ» («пять камней в ряд»), игра встала в один ряд с шахматами сёги, игрой го и другими традиционными интеллектуальными развлечениями японцев.

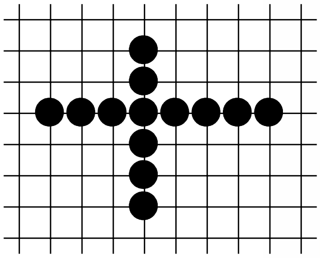
Не очень трудно доказать, что в игре «5 в ряд на бесконечной доске» у второго игрока нет выигрышной стратегии (попробуйте это сделать!). Но может ли начинающий гарантировать себе победу? Уже в XIX веке практика показала, что преимущество первого слишком велико. К началу XX века почти исчезли сомнения в том, что выигрышная стратегия имеется у начинающего. Доказали это позже, с помощью компьютерного перебора, а тогда японский мэйдзин (буквально «мастер», а фактически так называли чемпиона Японии) Рокусан Такаки предложил ряд правил, которые не только сделали большой шаг к уравниванию шансов чёрных и белых, но и внесли в игру большое разнообразие тактических возможностей. Игру стали называть «рэндзю» (в переводе – «нить жемчуга») – так её назвал поэт Тэнрю Кобаяси ещё до закрепления новых правил.

Чтобы понять эти правила, сформулируем несколько простых определений.

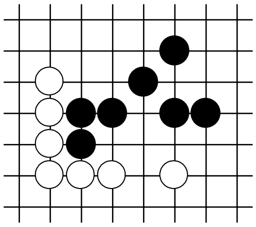
1. *Пятёркой* называется непрерывный ряд ровно из 5 камней одного цвета, выстроенный по вертикали, горизонтали или диагонали. На диаграмме два примера.



2. *Длинным рядом* называется непрерывный ряд более чем из 5 камней одного цвета, выстроенный по вертикали, горизонтали или диагонали. На диаграмме два примера.

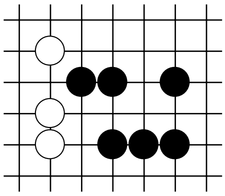


3. *Четвёркой* называется любая конструкция, которая добавлением одного камня может быть превращена в пятёрку. На диаграмме четыре четвёрки, две белые и две чёрные.



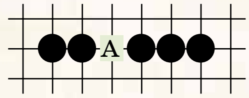
4. *Открытой четвёркой* называется конструкция из четырёх камней, которая двумя разными способами может быть превращена в пятёрку. На той же диаграмме есть одна открытая четвёрка, выстроенная белыми по вертикали.

5. *Тройкой* называется конструкция, которая одним разрешённым ходом может быть превращена в открытую четвёрку.

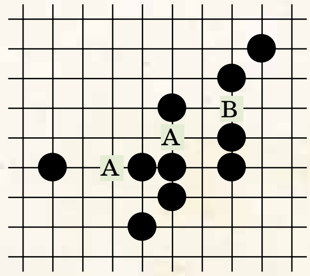


Вас удивило слово «разрешённым» в пятом определении? Приятно иметь дело с внимательным читателем! Дело в том, что из-за перечисленных ниже ограничений бывают случаи, когда то, что выглядит тройкой, нельзя превратить в открытую четвёрку, так как ход в необходимый пункт запрещён.

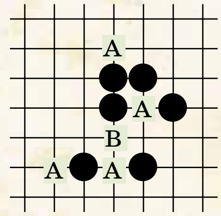
Теперь можно сформулировать дополнительные правила. Они налагают ограничения на ходы чёрных (которые в рэндзю начинают игру):



1. Нельзя делать ход, который создаёт длинный ряд. На диаграмме ход в пункт А запрещён.



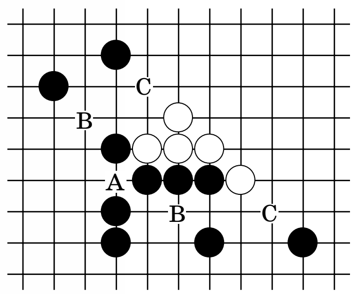
2. Нельзя делать ход, который создаёт две или более четвёрки (любые, не обязательно открытые) с участием появившегося на доске камня («вилка 4×4»). На диаграмме чёрным запрещены ходы в пункты А. Ход в пункт В разрешён: четвёрка появляется одна.



3. Нельзя делать ход, который создаёт две или более тройки с участием появившегося на доске камня. На диаграмме запрещенные ходы отмечены буквой «А». Ход в пункт В разрешён, тройка при этом появляется только одна, и при закрытии (достраивании) с любой из сторон чёрные выиграют, поставив с другой стороны вилку 4×3. Этот приём называется расфолением.

4. Ограничения 1–3 не действуют, если ход создаёт пятёрку. В этом случае ход приносит чёрным победу.

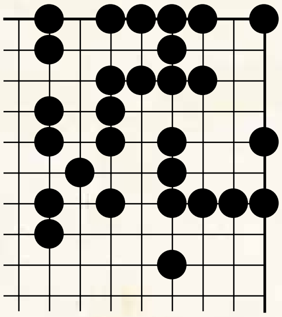
Чтобы закончить с отличиями от крестиков-ноликов, осталось упомянуть чисто внешние: по традиции, в рэндзю делают ходы не в клетки, а на перекрестья; размер поля ограничен и составляет 15 на 15 перекрестий; играют не крестики и нолики, а чёрные и белые, начинают чёрные.



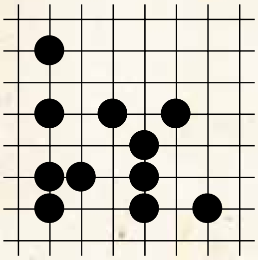
А теперь приведём примеры «не троек». Так, ход в пункт А запрещён чёрным (вилка 4 × 4), поэтому по вертикали тройки нет. Ход в любой из пунктов В даст черным обычную четвёрку, а не открытую, так как в другом пункте В будет длинный ряд, а не пятёрка. Аналогично и у белых открытая четвёрка не помещается между чёрными камнями, ход в любой из пунктов С тоже не дает открытой четвёрки. По горизонтали у белых тоже не тройка.

ЗАДАНИЯ

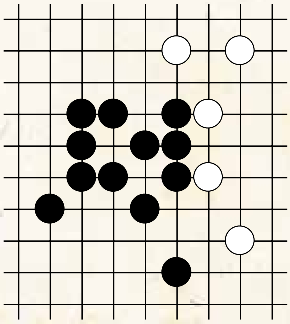
1. Подсчитайте число четвёрок на этой диаграмме. Не забывайте и про диагонали! Обратите внимание, что справа и сверху край доски.



2. Посчитайте число троек.



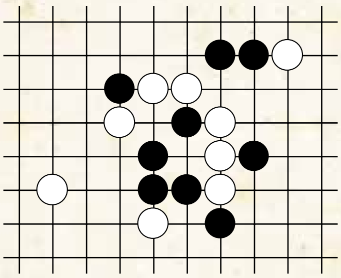
а)



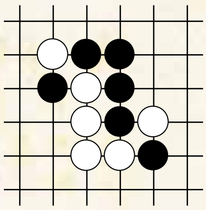
б)

В заданиях 3 и 4 ход чёрных. Придумайте, как им победить.

3.

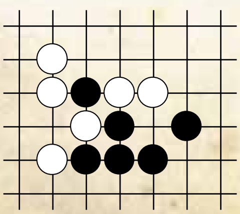


а)

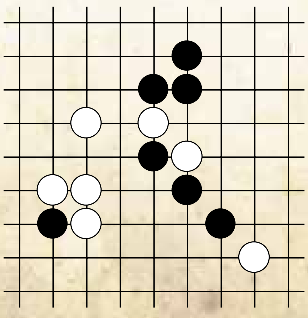


б)

4.



а)



б)

Художник Евгения Константинова

Борис Дружинин

УДАР по ДИСЦИПЛИНЕ

До начала важного футбольного матча с 4 «А» оставалось всего два часа, поэтому Вова после уроков домой не пошёл, а пообедал в школьной столовой. Потом он нашёл свободный класс и уселся за парту делать домашние задания. Он давно усвоил, что если эти домашние задания выполнять не в последнюю минуту, а сразу, то на них уходит гораздо меньше времени. И тут его внимание привлекла запись на доске.

ОДТЧПШ...

Какая буква следующая?

Вова перебрал в уме весь алфавит, но ничего подходящего не нашёл. Через полчаса к нему присоединилась Лиза. Вообще-то она пришла поболеть за Вову – нападающего команды 4 «Б», но задачка захватила и её. Потом в класс заглянул капитан соперников Дима Круглов.

– Тоже мне, проблема! – усмехнулся он и дописал недостающую букву. – Эту задачку Ландау придумал, был такой великий физик.

Какую букву дописал Дима?

– Молодец! – похвалила Лиза. – Ты попробуй вот такую задачку с буквами решить.

ЬЬТЬ?ЬЬТЬЬЬЬ

Какая буква должна стоять вместо знака вопроса?

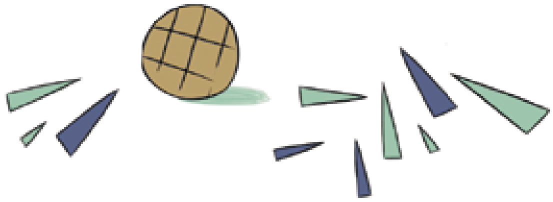
В класс заглянула уборщица тётя Тамара.

– Вы тут потише буяньте, – предупредила она. – К нашему директору комиссия из самого министерства приехала.

До начала матча оставалось полчаса

– Ты тут пока подумай, – обратился Вова к Диме, – а я пойду разомнусь немного перед игрой.

Ну кто, кто так спроектировал школьный двор?! Прямо за футбольными воротами стояло школьное здание. Правда, их разделяла довольно высокая заградительная сетка, но если постараться, то и через неё можно мяч перебить. И Вова перебил.



А в это время в своём кабинете директор школы отчитывался перед комиссией из Министерства Образования. И тут, как на грех, раздался звон разбитого стекла. Комиссия удивлённо переглянулась, а у директора покраснели уши, зато щёки побледнели.

– Ну и дисциплинка у вас в школе, – ехидно заметил председатель комиссии. – Идёмте, посмотрим, кто там нахулиганил?

– Ну надо же, именно в этот момент, – бормотал директор, понуро плетясь за комиссией. – Поймаю – ох как накажу.

У крыльца школы охранник держал за шиворот Вову.

– Я сидел на своём месте, а он с мячиком мимо меня прошёл, – охранник тряхнул Вову. – В открытую дверь я видел, как этот мазила ударил по воротам и промахнулся. Мяч выше заградительной сетки пролетел, и тут же раздался звон разбитого окна. Я сразу выбежал на улицу и схватил его.

На втором этаже зияло разбитое окошко.

– Да, я пока ребят ждал, решил по воротам побить, – подтвердил Вова. – Но после моего удара мяч в стенку попал. А кто разбил окно, я не знаю.

– Хорош субчик, – сказала дама из комиссии. – Уж лучше бы сознался. А то и за окошко попадёт, и за обман.

– Но я окошко не разбивал, – продолжал настаивать Вова.

– Ладно, всё ясно, – обратился председатель комиссии к директору. – Вызывайте в школу родителей. Пусть оплачивают стекло. А ему – двойку по поведению.

– Но Вова не виноват, – заступилась за друга Лиза. – Посмотрите сами...

На что указала Лиза?

Так Вову спасла от наказания наблюдательность его верной подруги. Но выдавать обладателя красного мяча друзья не стали.

Художник Наталья Гаврилова

УСЛОВИЯ

1. (6–8) Дана дробь 2/3. Разрешается много раз в любом порядке выполнять следующие операции: прибавлять 2013 к числителю или прибавлять 2014 к знаменателю. Можно ли с помощью только этих операций получить дробь, равную 3/5?

К. Кохась

2. а) (6) Разрежьте клетчатый прямоугольник размерами 9×10 клеток на несколько квадратов так, чтобы среди них было ровно два квадрата с нечётной стороной. Разрезы должны идти по сторонам клеток.

б) (7) Клетчатый прямоугольник размерами $19\times\times 20$ клеток разрезан на несколько квадратов (все разрезы идут по сторонам клеток). Какое наименьшее число квадратов с нечётной стороной может оказаться среди них?

К. Сухов

3. (6–7) В ящике у Гарри Поттера 100 шариков – красных, белых и зелёных. Три из них – волшебные, они время от времени меняют цвет (на любой из этих трёх). Однажды Гарри Поттер заглянул в ящик и увидел, что красных шариков больше чем белых, а белых больше, чем зелёных. Заглянув через минуту, он увидел, что все стало наоборот: зелёных больше, чем белых, а белых больше, чем красных. Сколько белых шариков он увидел, когда заглядывал в ящик первый раз?

Д. Максимов

4. (6) Джентльмены всегда говорят правду знакомым и лгут незнакомым. Собрались как-то

Константин Кохась

50 джентльменов и каждый сказал каждому из остальных какую-то из фраз «*У меня чётное число знакомых в этой компании*» или «*У меня нечётное число знакомых в этой компании*». Может ли так быть, что первая фраза была произнесена ровно 2013 раз?

А. Солынин

5. (8) Сумасшедший конструктор создал часы с 150 стрелками. Первая стрелка крутится со скоростью один оборот в час, вторая делает 2 оборота в час, … , 150-я стрелка делает 150 оборотов в час. Часы запустили из положения, когда все стрелки смотрели строго вверх. Когда в процессе работы часов встречаются две или более стрелки, эти стрелки немедленно отваливаются. Через какое время после запуска отвалится стрелка, вращающаяся со скоростью 74 оборота в час?

К. Кохась

6. (8) На выборах в Солнечном Городе можно было проголосовать за Винтика, Шпунтика или Кнопочку. После оглашения результатов оказалось, что все кандидаты набрали в сумме 146% голосов. Считавший голоса Незнайка объяснил, что по ошибке подсчитал процент голосов за Винтика не от общего числа проголосовавших, а лишь от числа голосовавших за Винтика или Шпунтика (остальные проценты он подсчитал правильно). Известно, что за Шпунтика проголосовало больше 1000 избирателей. Докажите, что Винтик набрал больше 850 голосов.

А. Солынин

Художник Сергей Чуб

РЕШЕНИЯ

$$\frac{3}{5}=\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{1}}}}=\cos \operatorname{arctg} 0{,}75$$

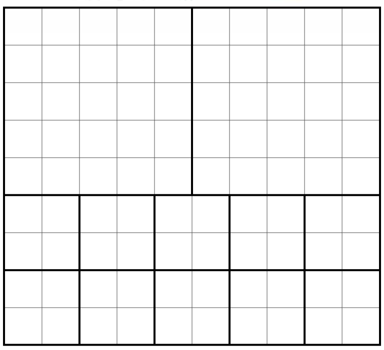


Рис. 1.

1. Ответ: нет. Сначала заметим, что при выполнении операций числитель и знаменатель растут, поэтому если мы хотим, чтобы полученная дробь была записана именно как 3/5, мы должны будем сократить дробь.

Если вы думаете, что в задаче всё дело только в этом, что сокращение – это операция, не упомянутая в условии задачи, и, пользуясь лишь разрешёнными операциями, требуемую дробь получить невозможно, то скорее закройте эту страницу и порешайте задачу ещё. Потому что не важно, как вы записываете дробь – в виде 3/5 или, скажем, в виде 3000/5000 – это одно и то же число, правда, записанное разными способами, его и не так ещё можно записать.

Вернёмся к решению задачи. Итак, если мы сумели получить дробь (с большим числителем и большим знаменателем), равную 3/5, то это значит, что на самом деле полученная нами дробь сократима. В частности, если числитель этой дроби поделить на некоторое число, получится числитель дроби 3/5, т.е. 3. Но это означает, что наш большой числитель делится на 3!

Осталось сделать последний шаг: дело в том, что число 2013 обладает *секретным* свойством: оно делится на 3. Секретным это свойство является из-за того, что нигде в задаче ни о чём таком не спрашивается, и идея ни с того, ни с сего воспользоваться этим свойством нормальному человеку в голову приходить не должна (да, в общем-то, и не приходит, как показали результаты олимпиады).

Предыдущий абзац содержит всего одну полезную мысль – она набрана очень мелким шрифтом. Всё остальное, как это принято называть, вода. Зачем же мы налили столько воды в этот абзац? Для того, чтобы, читая этот абзац, вы могли бы сообразить, как же всё-таки решается эта задача, если до сих пор этого не сделали. Исходный числитель 2 не делится на 3. Прибавляя к нему несколько раз число 2013, делящееся на 3, мы не сможем получить числитель, делящийся на 3. И значит, никакое сокращение не поможет нам получить дробь с числителем 3. В частности, дробь 3/5 получить невозможно.

2. а) См. рис. 1. б) Ответ: 4 нечётных квадрата.

Докажем оценку, т.е. что любое разбиение содержит не меньше четырёх нечётных квадратов. Сначала решим загадку: а почему вообще должны появиться нечётные квадраты? Ответ прост: когда прямоугольник разрезан на квадраты, каждая его сторона разрезана на отрезки, являющиеся сторонами квадратов. Если бы все эти отрезки имели чётную длину, то и все стороны прямоугольника имели бы чётную длину.

В первом пункте этой задачи для разрезания прямоугольника понадобилось 2 нечётных квадрата. С прямоугольником 19×20 такой фокус не пройдёт: двух квадратов не хватит. Действительно, площадь всего прямоугольника делится на 4. И площадь любого квадрата с чётной стороной тоже делится на 4. А вот площадь квадрата с нечётной стороной на 4 не делится, и, более того, при делении на 4 площадь такого квадрата обязательно даёт остаток 1. Проще всего это проверить с помощью формулы $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$ – два слагаемых делятся на 4, а последнее как раз и даёт остаток.

Если в разбиении будет только один квадрат с нечётной стороной, то сумма площадей всех квадратов в таком разбиении будет давать остаток 1 при делении на 4; если квадратов с нечётной стороной будет два, то сумма площадей всех квадратов будет давать остаток 2; если квадратов 3 – то и остаток 3. Таким образом, во всех этих случаях сумма площадей квадратов, т.е. площадь исходного прямоугольника, не будет делиться на 4. Поэтому нечётных квадратов не может быть меньше четырёх.

Пример разбиения, содержащего 4 квадрата, показан на рис. 2.

3. Ответ: 33 белых шарика.

Чтобы сразу описывать обе ситуации, будем называть цвета «меньший», «средний» и «больший» по количеству шариков. Заметим, что шариков «меньшего» цвета не может быть больше 32. Потому что если «меньших» шариков 33 или больше, то «средних» шариков не меньше 34, а «бóльших» шариков не меньше 35. Но $33 + 34 + 35 > 100$, значит, это невозможно. Аналогично шариков «бóльшего» цвета не менее 35 (потому что $34 + 33 + 32 < 100$). Таким образом, в первый раз красных шариков было 35 или больше, а во второй раз 32 или меньше. Количество красных шариков могло измениться только за счёт того, что некоторые из них были волшебные. Поскольку волшебных шариков всего три, описанные события могли состояться только в том случае, если в первый раз было ровно 35 красных шариков (среди них 3 – волшебные), а во второй волшебные шарики стали зелёными и красных шариков стало 32. Аналогично, зелёных шариков в первый

Эта задача относится к типу «оценка плюс пример». Для доказательства ответа необходимо проверить, что любое разбиение на квадраты содержит не меньше 4 нечётных квадратов (это и есть *оценка*), и, кроме того, нужно привести *пример* разбиения, где используется ровно 4 нечётных квадрата.

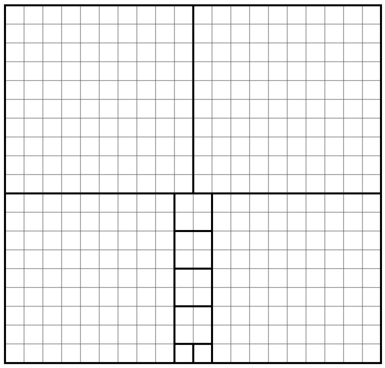


Рис. 2.

По условию задачи совершенно не ясно, что ответ однозначно определён. Наоборот, кажется вероятным, что могло бы быть несколько ситуаций, удовлетворяющих условию. Поэтому вопрос *сколько* следует понимать так: найдите все возможные ответы и докажите, что других нет. К сожалению, многие школьники на олимпиаде ограничились тем, что нашли пример, удовлетворяющий условию задачи. Конечно, такие «решения» не засчитывались.

раз было 32, а во второй раз 35. И тогда, как нетрудно подсчитать, число белых шариков оба раза было равно 33.

4. Ответ: нет, первая фраза не может быть произнесена нечётное число раз.

Поскольку всего имеется 50 джентльменов, у каждого джентльмена количество знакомых и количество незнакомых в сумме дают 49. Это значит, что если у джентльмена нечётное число знакомых, то у него чётное число незнакомых.

Если джентльмен имеет чётное число знакомых, то он говорит им первую фразу, а остальным вторую, в этом случае он произносит первую фразу чётное число раз. Если же джентльмен имеет нечётное число знакомых, то знакомым он говорит вторую фразу, а незнакомым (число которых чётно!) говорит первую, и в этом случае получается, что первая фраза произнесена тоже чётное число раз. Значит, каждый джентльмен произносит первую фразу чётное число раз вне зависимости от того, сколько у него знакомых.

Значит, первая фраза должна быть произнесена чётное число раз.

5. Ответ: через 20 минут. Очевидно, что сначала самая быстрая стрелка (150-я) догонит самую медленную (1-ю), потом вторая по скорости (149-я) догонит вторую по медленности (т.е. 2-ю) и т.д. Таким образом, 74-я стрелка отвалится, когда столкнется с 77-й. Начальное расстояние между стрелками – 1 оборот, скорость сближения равна $77-74=3$ оборота в час, значит, стрелки встретятся через $\frac{1}{3}$ часа.

6. Пусть за Винтика проголосовало v человек, за Шпунтика s человек. Не будем пользоваться процентами, вместо этого будем писать соответствующие дроби: 10% – это 0,1; 146% – это 1,46 и т.п. Вычисляя долю голосов за Винтика, Незнайка взял дробь $\frac{v}{v+s}$. Далее он прибавил к ней долю голосов, отданных за Шпунтика и Кнопочку. Поскольку эти вычисления он делал правильно, эта доля не превосходит 1. В сумме Незнайка получил 1,46. Следовательно,

$$\frac{v}{v+s} > 0{,}46.$$

Домножим на знаменатель и соберём слагаемые, содержащие v, в левой части. Получится неравенство $0{,}54v > 0{,}46s$. Вспомнив, что $s > 1000$, получаем, что

$$v > \frac{0{,}46}{0{,}54}s > \frac{0{,}46}{0{,}54}\cdot 1000 > 851.$$

Кружка в микроволновке

Некто нагревал себе по утрам в кружке воду для кофе. Он ставил кружку с водой в микроволновую печь и устанавливал таймер на 1 минуту 3 секунды. Однажды его приятель, увидев это, спросил – зачем такое странное время? Ведь проще установить таймер на 1 минуту, а вода нагреется практически до той же температуры. Человек ответил, что на это у него есть очень важная причина.

Как вы думаете, какая?

Художник Александра Будилкина

НАШ КОНКУРС («Квантик» №2)

6. *Даны три целых числа. Ни одно из первых двух не делится на третье, а произведение первых двух делится на квадрат третьего числа. Может ли такое быть?*

Ответ: может.

Например, первые два числа – это 4 и 9, а третье – 6. Ни 4, ни 9 на 6 не делятся, но $4\times9=36$ делится на $6^2=36$.

Придумайте самостоятельно такие три числа, что ни одно из первых двух не делится на третье, но произведение первых двух делится на десятую степень третьего числа.

7. *Велосипедисты Алёша, Боря и Вася одновременно стартуют из одной и той же точки кольцевого трека (скорость каждого постоянна). Первыми после старта проехали мимо друг друга Алёша и Боря (в одну сторону или в разные – неизвестно). Известно, что Алёша едет по часовой стрелке, а Вася – против часовой стрелки. В каком направлении едет Боря?*

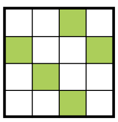
Ответ: против часовой стрелки.

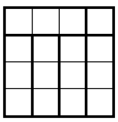
Предположим, Боря едет по часовой стрелке. Если он едет быстрее Алёши, то быстрее него встретится с Васей, а значит, первыми проедут мимо друг друга Боря и Вася, чего быть не может. Если он едет медленнее Алёши, то первыми встретятся Алёша и Вася, что опять же невозможно. Значит, Боря едет против часовой стрелки (и он должен ехать быстрее Васи).

8. *Двое играют в упрощённый морской бой. В таблице размером 4×4 клетки расположен один корабль размером 1×3 клетки.*

а) Приведите пример залпа из пяти снарядов, который обязательно заденет корабль, где бы он ни располагался.

б) Обязательно ли найдётся аналогичный залп из четырёх снарядов?





а) Выстрелим во все зелёные клетки (см. верхний рисунок справа). Легко видеть, что во все оставшиеся белые клетки корабль 1×3 никак не помещается, поэтому мы его обязательно заденем.

б) **Ответ:** нет.

Выделим в таблице 5 прямоугольников 1×3 и оставшуюся угловую клетку (см. нижний рисунок справа). В каждый из прямоугольников нужно сделать хотя бы один выстрел – иначе там может оказаться наш корабль, и мы его не раним. Значит, для гарантированного попадания необходимо хотя бы 5 выстрелов.

9. *В клуб пришли 20 джентльменов: некоторые – в шляпах, некоторые – без. Затем время от времени один из джентльменов снимал с себя шляпу и надевал на голову другому джентльмену, у которого в этот момент шляпы не было. Через час десять джентльменов заявили: «Я отдавал шляпу чаще, чем получал!» Сколько джентльменов пришли в клуб в шляпах?*

Ответ: 10.

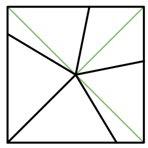
Если джентльмен отдавал шляпу чаще, чем получал, то он, очевидно, пришёл в шляпе, но в итоге её отдал. Значит, как минимум десять джентльменов останутся без шляпы, и как минимум десять джентльменов будут в шляпах (надев на себя шляпы первых 10 джентльменов). Но в сумме это как раз 20 человек. Значит, шляп всего ровно 10, и в клуб пришли ровно 10 джентльменов в шляпах.

10. *Во дворе, окружённом забором с тремя калитками, стоят три домика. На домиках и калитках написаны номера. Можно ли провести от каждого домика дорожку к калитке с тем же номером так, чтобы дорожки не пересекались?*

Ответ: можно, пример приведён на рисунке.

Замечание: это можно сделать для любого количества домиков и калиток, как бы они ни располагались (и тех, и других, разумеется, должно быть поровну) при условии, что только один домик касается забора. Действительно, сначала по очереди проложим непересекающиеся дорожки к домикам, которые не касаются забора. Это возможно, потому что такие дорожки не разделяют двор на отдельные части, и мы всегда сможем провести новую дорожку, «обогнув» старые. После этого соединим дорожкой калитку и последний домик, не пересекая уже проведённые дорожки.

ТОРТ С ГЛАЗУРЬЮ («Квантик» №3)

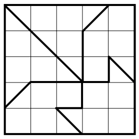


Отметим по периметру верхней части торта пять точек, которые делят периметр на пять частей одинаковой длины, и соединим с этими точками центр квадрата (см. рисунок). По проведённым линиям разрежем торт. Докажем, что в кусках поровну и торта, и глазури тоже.

Очевидно, что боковая часть глазури на торте разделится поровну между кусками. Остаётся доказать, что площади пяти частей на рисунке равны (тогда и торта будет поровну, и глазури на кусках сверху).

Разделим четырёхугольные части на треугольники. Площадь треугольника можно найти по формуле: $S=ah/2$, где S – площадь, a – основание, а h – высота, проведённая к этому основанию. В каждом треугольнике на рисунке проведём высоту из центра квадрата. Длины этих высот будут одинаковы! Но и основания треугольников (на которые опущены высоты) в каждом куске дают в сумме одно и то же число – пятую часть периметра квадрата. Значит, и площади всех кусков будут одинаковы, что и требовалось.

Другое решение можно получить, мысленно разделив верхнюю (квадратную) часть торта на 25 клеточек. Снова делим периметр квадрата на равные части, а сам квадрат делим на пять частей, площадь у каждой – 5 клеточек, как показано на рисунке. Проверьте!



ЦЕНТР ТЯЖЕСТИ

Как ни странно, если потянуть цепь вниз за середину, то её центр тяжести поднимется! Ведь если после этого отпустить цепь, она под своей тяжестью снова примет исходное положение. Но при этом центр тяжести мог только опуститься.

МЕХАНИЗМЫ

• Зубцы шестерёнок 1 должны двигаться вверх с внешней стороны, а не с внутренней. Ведь посередине зубцы шестерёнок плотно сомкнуты, вода сквозь них практически не проходит. Остаётся её двигать зубцами по краям.

Колесо 2 не может совершить полный оборот (шатун от предыдущего колеса не позволяет), оно будет вращаться туда-сюда.

Зубец, расположенный над колесом 3, прерывисто вращает его по часовой стрелке, а расположенный под колесом зубец не даёт колесу поворачиваться обратно.

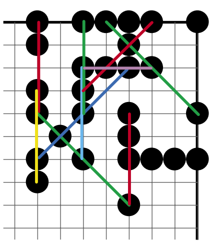
Вслед за колесом 3, остальные детали 4 – 7, 9, 10 вращаются против часовой стрелки, а ближняя к нам часть шестерни 11 движется влево (чтобы убедиться в этом, просто внимательно проследите направление движения каждой детали).

• Быстрее вращаются колесо 6 (оно меньше, чем 7), конус 4 (в месте касания с соединяющим маленьким роликом он у́же, чем 5) и шестерня 10 (у неё меньше зубцов, чем у 9).

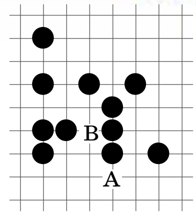
• Гиря 8 опускается редкими рывками. Большая шестерня, к которой крепится подвес гири, может проворачиваться только в те редкие моменты, когда около неё проходит единственный паз соседнего колеса.

РЭНДЗЮ

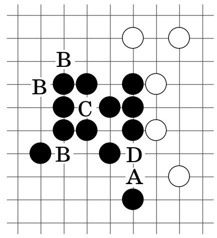
1. Ответ: 10 (см. рисунок).



2. а) **Ответ:** 1. Ход в А даёт открытую четвёрку. Обратите внимание, что многие конструкции из трёх камней на рисунке не являются тройками из-за того, что ходы, дополняющие их до четвёрок, запрещены. Например, ход в В создаёт сразу две тройки, поэтому он запрещён и три камня на одной горизонтали с В не образуют тройку.

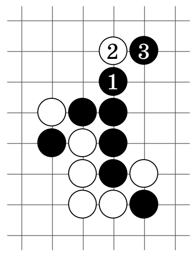


б) **Ответ:** 1. Ход в пункт А разрешён и даёт открытую четвёрку. Ходы в пункты В запрещены (вилка 4 × 4). Ход в пункт С запрещён как вилка 3 × 3 (докажите самостоятельно, что получается именно две тройки). Ход в пункт D не даёт открытую четвёрку, так как снизу не будет пятёрки, а только длинный ряд.



3. а) У чёрных есть тройка, найдите её! Превратив её в четвёрку, они обеспечат себе победу. Потому что белые смогут закрыть четвёрку только с одной стороны, а следующим ходом чёрные получат 5 камней в ряд.

б) Первым своим ходом чёрные создают четвёрку. Белым нужно закрыть четвёрку, пока она не стала пятёркой. Но на третьем ходу чёрные получают открытую четвёрку, что принесёт им победу на пятом ходу.



4. Смотрите решение в следующем номере!

УДАР ПО ДИСЦИПЛИНЕ

• **О, Д, Т, Ч, П, Ш** – первые буквы названий цифр: один, два, три, четыре, пять, шесть. Следующей должна стоять буква С – семь.

• **Ь Ь Т Ь ? Ь Ь Т Ь Ь Ь Ь** – на эти буквы оканчиваются названия месяцев. Вместо знака вопроса должна стоять буква Й – май.

• Во-первых, на земле валяются два мяча. Откуда взялся второй? Во-вторых, на земле валяется разбитый горшок с цветком. Если бы окно разбил Вова, то горшок с цветком находился бы на полу в классе. Это значит, что окно разбито вторым мячом, которым кто-то играл в классе, а не на улице.

КРУЖКА В МИКРОВОЛНОВКЕ

Когда микроволновая печь работает, внутри вращается подставка, на которой стоит чашка. За минуту чашка поворачивалась так, что за ручку было не взяться. Лишние три секунды нужны, чтобы чашка повернулась ручкой к дверце и её удобно было доставать.

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем **конкурсе**.

Высылайте решения задач, с которыми справитесь, не позднее 2 мая по электронной почте **kvantik@mccme.ru** или обычной почтой по адресу:

119002, Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный адрес.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте **www.kvantik.com**. Итоги будут подведены в конце года. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик», научно-популярные книги, диски с увлекательными математическими мультфильмами.

Желаем успеха!

IV ТУР

16. Начнём считать пальцы на правой руке. Первым будет большой, вторым – указательный, третьим – средний, четвёртым – безымянный, пятым – мизинец, шестым – снова безымянный, седьмым – средний, восьмым – указательный, девятым – большой, десятым – указательный, и так далее. Какой палец будет тысячным?

наш КОНКУРС

ОЛИМПИАДЫ

Авторы задач:
Сергей Дориченко (18)

17. а) На столе лежат 3 яблока в 200 г, 300 г и 400 г. Карлсон, а затем Малыш берут по яблоку и одновременно начинают их есть (с одинаковой скоростью). Тот, кто доел своё яблоко, берёт следующее; каждый стремится съесть как можно больше. Какое яблоко должен взять Карлсон вначале?

б) А если имеется ещё яблоко в 450 г?

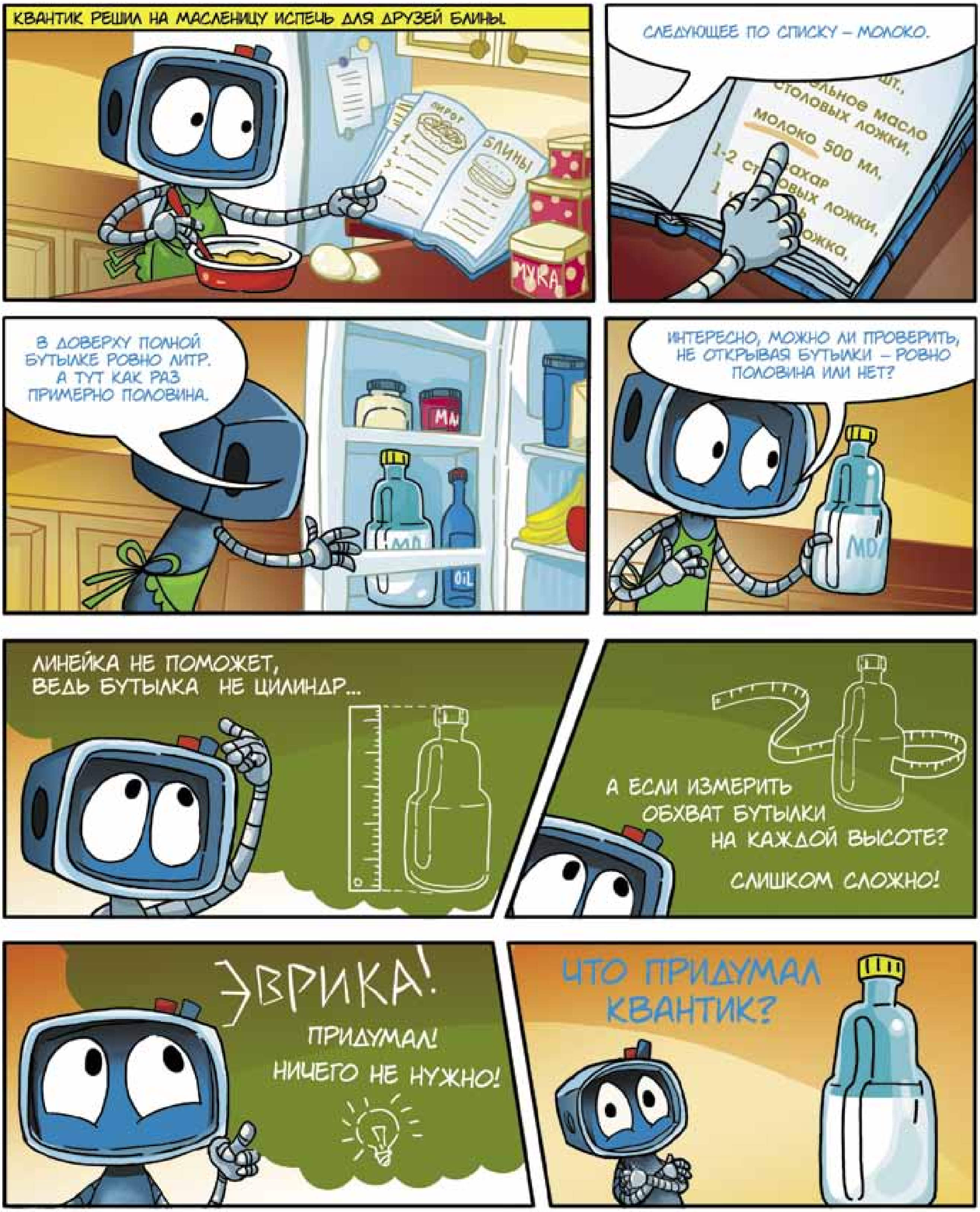
18. В ряд слева направо стояли несколько столбов, между каждыми двумя соседними был натянут провод. Подул ветер, и все столбы упали влево, провода при этом не порвались и снова оказались натянутыми. Докажите, что все провода были привязаны к столбам параллельно земле.

19. Известно, что вруны всегда врут, правдивые всегда говорят правду, а хитрецы могут и врать, и говорить правду. Вы можете задавать вопросы, на которые есть ответ «да» или «нет» (например: «Верно ли, что этот человек – хитрец?»). Перед вами трое – врун, правдивый и хитрец, которые знают, кто из них кто. Как и вам это узнать?

20. Придумайте бумажную фигурку с таким свойством: её можно перегнуть по прямой так, что получится правильный треугольник, а можно перегнуть по прямой так, что получится прямоугольник.

Художник Леонид Гамарц

ПОЛОВИНА ИЛИ НЕТ?



Идея: Глеб Погудин
Художник Анастасия Васильева