Игорь Акулич

СТРЕЛКИ ПРОДОЛЖАЮТ ВОЗВРАЩАТЬСЯ

– Знаешь, Даня, недавно мне встретился в интернете на каком-то форуме вопрос – опять же о часах.

– Ну, расскажи.

– Какие часы предпочтительней: которые никогда не показывают правильное время, или которые показывают правильное время два раза в сутки?

– Что за вопрос – вторые, конечно!

– А вот и нет! Потому что два раза в сутки точное время показывают часы, которые *стоят*![1] А если взять часы, которые, допустим, постоянно спешат на одну минуту, то они никогда не покажут правильное время, но пользоваться ими вполне можно.

– Ишь ты! И правда...

– Так вот – я могу *расширить* тот вопрос. Вот скажи, каково твоё мнение о практической пользе часов, которые всегда показывают *несуществующее* время?

– Это как – несуществующее?

– Ну, ты же знаешь, что в правильно идущих часах все три стрелки жёстко увязаны между собой по скоростям движения и исходному положению (в 12:00 они все совпадают). А представь себе часы, у которых стрелки направлены в такие места, что их взаимному расположению в любой момент не соответствует *никакое* реальное время. Есть ли толк от таких часов?

– Думаю, что нет.

– А между тем *почти все* часы с тремя стрелками такие!

– Это как?

– А вот посмотри хотя бы на мои. Услышал я, скажем, сигнал точного времени по радио и хочу по нему установить время. Берусь вот за этот шпенёк справа и кручу. Что я вижу? Часовая и минутная стрелки начинают синхронно перемещаться по циферблату, но секундная-то *неподвижна*! Она совсем не перемещается и потому никак не может занять верное положение!

[1] Правда, как отметил незабвенный капитан Врунгель, такими часами тоже можно пользоваться: здесь главное – вовремя на них посмотреть.

– Ага! То есть получается, что твои (да и не только твои) часы – это не часы с тремя стрелками, показывающие время в часах, минутах и секундах, а как бы комбинация двух независимых приборов: часов с двумя стрелками – часовой и минутной, а также постоянно идущего *секундомера*. Его, конечно, можно использовать, чтобы замерить малый промежуток времени, но к измерению *текущего* времени он ни малейшего отношения не имеет.

– Именно! И скажи тогда, чего ради мы решали задачи о совпадении всех трёх стрелок или о тех же мухах? Ведь таких часов, считай, не бывает!

– Если не ошибаюсь, это ты предложил...

– Неважно! Интересно другое. Я случайно откопал задачу *как раз о таких часах*! Но не бойся, заставлять решать не стану. Сам решение расскажу!

– С чего это такая щедрость? Подозрительно как-то.

– Похвастаться хочу. Как говорят, без ложной скромности.

– Ладно, излагай.

– Задача была предложена на одном турнире математических боёв[2] и формулируется так: «Стрелки испорченных часов (часовая, минутная и секундная) движутся с правильными скоростями, но расположены так, что все три никогда не смогут совпасть. В произвольный момент времени рассматриваются углы между стрелками, не превосходящие 180°. Наибольший из них назовём *расхождением*. Докажите, что когда расхождение достигает минимума, то какие-то две стрелки совпадают».

– И как же ты доказывал?

– Так как можно образовать три пары стрелок, то и углов имеется три. Ясно, что один из них равен сумме двух других...

[2] Это был десятый финальный турнир математических боев заключительного этапа конкурса имени А.П. Савина «Математика 6 – 8», организованного журналом «Квант» (июнь 2004 г.).

– Стоп! Мне не ясно! Представь себе, что все три стрелки торчат в разные стороны, и углы между каждой парой стрелок составляют что-то около 120°. Тогда ни один угол не равен сумме двух других, а все три угла в сумме дают 360°.

– Это верно, но речь-то идёт о *минимуме* расхождения! А он, как легко доказать, во много раз меньше!

– Легко – так докажи.

– Пожалуйста. Возьмём любой момент времени, когда часовая и минутная стрелки совпали. Секундная стрелка при этом может принимать любое положение. Но поскольку она за минуту делает полный оборот, то не позже чем через минуту достигнет той самой точки совпадения часовой и минутной стрелок. Правда, эти две стрелки уже успеют сдвинуться, но насколько? Минутная – меньше чем на одно минутное деление (мы уже знаем, что это 6°), а часовая – и того меньше. Поэтому расхождение окажется заведомо меньше 6 градусов. Понятно, что при достижении *минимума* расхождение будет ещё меньше (во всяком случае, *не больше*). И тогда угол между «крайними» стрелками окажется суммой двух остальных углов (между каждой из «крайних» стрелок и «средней»).

– Хорошо, убедил. И что же дальше?

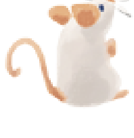
– Рассуждаем «от противного»: допустим, расхождение достигло наименьшего возможного значения, но никакие две стрелки не совпадают. В этот момент стрелки расположены друг за другом в некотором порядке. Тогда они какое-то время после этого момента этот порядок сохранят, согласен?

– Ну да. Может, недолго, но хоть сколько-то будут в том же порядке двигаться. У них же определенные конечные скорости, так что стрелки не могут мгновенно друг друга догнать и перегнать.

– Вот именно. И незадолго до этого момента они в том же порядке двигались, так?

– Так-то так, но что из этого?

– А давай на «крайние» стрелки посмотрим. Они



с разными скоростями идут – значит, сближаются или отдаляются друг от друга. Пусть, к примеру, сближаются. Тогда за малое время они чуть сблизятся, средняя стрелка так между ними и останется, и расхождение ещё меньше станет!

– А если «крайние» стрелки отдаляются?

– Тогда чуть раньше они чуть ближе были, и снова расхождение было меньше. Так что в обоих случаях мы можем указать другой момент времени, когда расхождение меньше минимального – явное противоречие! Поэтому предположение о том, что при минимуме расхождения никакие стрелки не совпадают, было неверным, и какие-то две стрелки обязаны совпасть. Что и требовалось доказать!

– Что ж, хвалю. Но чем здесь особенно хвастаться? Задача не ахти какая сложная...

– Так ведь я сумел её улучшить! В смысле, усилить.

– Это как?

– Я доказал, что при минимуме расхождения совпадают не просто какие-то две стрелки, а непременно *часовая* и *секундная* стрелки!

– В самом деле?

– Вот именно! Ведь если это не так, то совпали или две самые быстрые стрелки, или две самые медленные. Но тогда эти стрелки либо обе приближаются к третьей, либо обе отдаляются от неё. А дальше рассуждения точно такие же: если совпавшие стрелки приближаются к третьей, расхождение уменьшается; а если отдаляются – расхождение было меньше чуть ранее текущего момента. Опять противоречие в каждом варианте. Вот и остаётся одна возможность, когда совпадают самая быстрая и самая медленная стрелки, то есть секундная и часовая.

– Вот теперь хвалю! Не каждому удается улучшить ранее предлагавшуюся турнирную задачу.

– А то! И самое главное здесь – решиться на такое. Задачи тоже не боги составляют.

– Это точно!

Художник Алие Аблямитова