

Есть такие школьники, которым интересно заниматься математикой даже летом. Их ждут летние лагеря и школы, а самых честолюбивых – турниры. Московским школьникам (и не только им) особо приглянулся турнир математических боёв имени А.П.Савина. Последнее десятилетие он проводится в Костромской области на базе отдыха «Берендеевы поляны», всегда с 26 июня по 2 июля.

Турнир этого года был юбилейным – двадцатым. Он собрал 36 команд из Москвы, Санкт-Петербурга, Черноголовки и Ярославля, от пятиклассников (игравших за 6 класс) до девятиклассников.

В день открытия турнира команды по традиции размялись игрой «Математический квадрат». Им выдали по 25 задач, записанных в клетки квадрата. Проверялись только ответы, и, кроме баллов за верные ответы, начислялись ещё премии за верные решения целого столбца задач или целой строки. Игра была азартной, поскольку те, кто «закрывал» ряд первыми, премировались вдвойне.

Разбить команды на лиги не только в соответствии с возрастом, но и с учётом их реальной силы позволила устная командная олимпиада. Погода была хорошая, и жюри, как обычно, сидело на улице, а школьники – у себя в разбросанных по территории домиках, откуда с энтузиазмом прибегали сдавать решения. Олимпиады не было только у девятиклассников: их было всего 6 команд, где уж тут делиться на лиги, и они сразу начали первый тур матбоёв.

А на следующий день начались бои и у остальных классов. Команды с утра

получали вариант из восьми нестандартных задач (жюри стремилось подбирать интересные и разнообразные). До обеда команды старались их решить (и редко когда удавалось решить все 8), а после обеда – бились с другими командами. Сам бой похож на диалог: команды более-менее по очереди рассказывают свои решения, а в решениях соперников стараются разобраться и, по возможности, опровергнуть. Львиную долю времени школьники общаются друг с другом, жюри вступает в диалог редко, в основном начисляя баллы.

Каждый бой длился 2 – 3 часа, редко дольше, и у школьников оставалось время для спорта, прогулок и экскурсий. После ужина большой популярностью пользовались интеллектуальные игры.

В середине турнира был день отдыха: полдня – автобусные экскурсии, полдня – личная устная олимпиада по параллелям. Как обычно, самые красивые (но сравнительно легкие) задачи приберегались именно для этой олимпиады. И если во время боя школьник имел право рассказать решения максимум двух задач, то здесь можно было рассказывать все 9 (и во всех классах, кроме 9-го, победителям это удалось!).

По итогам турнира все команды-участницы и все призёры личной олимпиады награждались памятными дипломами, сувенирами и книгами по математике. Особой популярностью пользовалась книга «Как готовиться к математическим боям. 400 задач турниров имени А.П.Савина». Видимо, ребята хотели хорошо подготовиться и к турниру следующего года!

Задачи сгруппированы по тематическим разделам, в скобках после номера – классы, для которых предлагалась задача, курсивом указаны авторы задач.

Алгебра

1. (6–7) Кащей назовёт Ивану шесть различных чисел. Докажите, что Иван сможет расставить их в кружочки на рисунке так, чтобы суммы чисел на сторонах треугольника оказались различными.

Александр Шаповалов

2. (7) На тараканьих бегах 20 тараканов выбегают друг за другом с интервалом в 1 минуту и бегут с постоянными скоростями. Второй догнал первого через 2 минуты после своего старта, третий второго – через 3 минуты после своего старта, ..., двадцатый девятнадцатого – через 20 минут после своего старта. Через сколько минут после своего старта двадцатый таракан догнал первого?

Александр Шаповалов

3. (7) Лёша записал в вершинах квадрата четыре числа с суммой 100. Саша у каждой стороны записал произведение в её концах и вычислил сумму на сторонах. Потом Лёша увеличил на 1 два числа в концах одной из сторон, а Саша точно так же посчитал новую сумму на сторонах. На сколько новая Сашина сумма больше старой?

Алексей Заславский, Александр Шаповалов

Геометрия

4. (7) У прямой дороги на расстоянии 5 метров стоят два столба. Высота более высокого столба – тоже 5 метров. Между верхушками столбов натянут провод. Подул ветер, и маленький столб упал на дорогу в направлении высокого столба, как показано на рисунке. Что стало с проводом: он провисает, он снова натянут или он порвался?

Михаил Раскин, Егор Бакаев

Комбинаторная геометрия

5. (6–7) Можно ли отметить на плоскости 7 точек так, чтобы среди треугольников с вершинами в этих точках более 20 были прямоугольными?

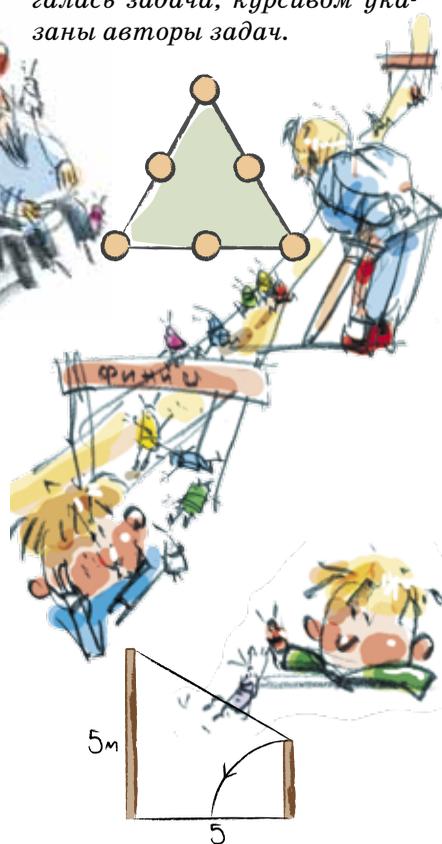
Эмма Акоюн

6. (7) Внутри равностороннего треугольника отметили точку, соединили её с вершинами и разрезали треугольник по этим отрезкам. Можно ли было выбрать точку так, чтобы из полученных треугольников без сгибов и наложений удалось сложить другой треугольник?

Арина Банникова

Комбинаторика

7. (6–7) Осенью «Зенит» установил рекорд футбольной Лиги чемпионов: занял в двухкруговом турнире из 4 команд «чистое» второе место всего с 6 набранными очками.



ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ

Можно ли побить этот рекорд (занять «чистое» второе место с меньшим количеством очков)? (В турнире дают 3 очка за победу, 1 – за ничью и 0 – за поражение. Команда занимает «чистое» место, если все остальные команды набрали не равное ей число очков. В двухкруговом турнире каждая пара команд сыграла между собой ровно 2 раза.)

Александр Блинков

8. (6–7) В каждом квадрате клетчатой полоски 1×43 провели диагональ, а затем справа пририсовали ещё один треугольник, как показано на рисунке. Петя и Вася ходят по очереди, начинает Петя. За ход игрок красит неокрашенную сторону или диагональ в красный или синий цвет по своему усмотрению. Нельзя покрасить все три стороны треугольника в один цвет. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из игроков может выигрывать, как бы ни играл соперник?

Александр Шаповалов

9. (6–7) Из 6 монет две более лёгкие – фальшивые. Есть чашечные весы, за каждое взвешивание на которых надо предварительно заплатить одну монету. Если уплаченная монета настоящая, весы показывают правильный результат, а если фальшивая – могут показать что угодно. Как найти (и не потратить) одну настоящую монету?

Виктор Клепцын, Алексей Заславский

10. (7) На доске было написано число 10000. После этого с числом, написанным на доске, производят несколько раз такую операцию: если в записи числа на доске есть хотя бы одна нечётная цифра, то из него вычитают 1, иначе из него вычитают 2. За какое количество операций на доске получится число 0?

Константин Кноп

Логика

11. (6–7) Дети шли взвешиваться и высказывали друг другу предположения. В результате взвешиваний оказалось, что все веса различны и любая девочка легче любого мальчика. Кроме того, каждое предположение, высказанное лицу другого пола, оказалось неверным, а своему полу – верным. Сохранились реплики четверых из них, обращённые друг к другу. Миша – Саше: «Я легче Вали». Саша – Вале: «Я легче Жени». Валя – Жене: «Я легче Миши». Женя – Мише: «Я легче Саши». Определите пол Вали, Жени и Саши.

Александр Шаповалов

