

12 и 26 октября 2014 года состоялся осенний тур XXXVI Турнира Городов – международного математического соревнования для школьников. Приводим задачи базового варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано число баллов, присуждавшихся за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

1 (3 балла). Есть 99 палочек с длинами 1, 2, 3, ..., 99. Можно ли из всех этих палочек сложить контур какого-нибудь прямоугольника?

Егор Бакаев

2. Существуют ли такие десять попарно различных натуральных чисел, что их среднее арифметическое больше их наибольшего общего делителя

а) (2 балла) ровно в шесть раз;

б) (2 балла) ровно в пять раз?

Игорь Акулич

3 (5 баллов). На стороне AB квадрата $ABCD$ отмечена точка K , а на стороне BC – точка L так, что $KB = LC$. Отрезки AL и CK пересекаются в точке P . Докажите, что отрезки DP и KL (или их продолжения) перпендикулярны.

Егор Бакаев

4 (5 баллов). С начала учебного года Андрей записывал свои оценки по математике. Получая очередную оценку (2, 3, 4 или 5), он называл её *неожиданной*, если до этого момента она встречалась реже каждой из всех остальных возможных оценок. (Например, если бы он получил с начала года подряд оценки 3, 4, 2, 5, 5, 5, 2, 3, 4, 3, то неожиданными были бы первая пятёрка и вторая четвёрка.) За весь учебный год Андрей получил 40 оценок – по 10 пятёрок, четвёрок, троек и двоек (неизвестно, в каком порядке). Можно ли точно сказать, сколько оценок были для него неожиданными?

Егор Бакаев

5. Даны N прямоугольных треугольников. У каждого выбрали по одному катету и нашли сумму их длин, затем нашли сумму длин оставшихся катетов, и, наконец, нашли сумму длин всех гипотенуз. Оказалось, что три найденных числа являются длинами сторон некоторого прямоугольного треугольника. Докажите, что у всех исходных треугольников одно и то же отношение большего катета к меньшему, если

а) (2 балла) $N=2$;

б) (3 балла) N – любое натуральное число, большее 1.

Егор Бакаев

ОСЕННИЙ ТУР 8-9 КЛАССЫ

Базовый вариант



Художник Сергей Чуб

