

КАК БУСЕНЬКА СКЛАДЫВАЛА ЧИСЛА «В СТОЛБИК»



Не очень-то легко, оказывается, сидеть на дереве, если ветер достаточно силён. Бусенька вцепилась в ветку изо всех сил. Ветка раскачивалась, как маятник.

– Ну и непогода, – пробормотала Бусенька.

– Года два такой не было, – согласился Кто-то.

От неожиданности Бусенька потеряла равновесие и чуть было не полетела вниз. Но снизу появилось что-то, что не дало ей упасть: то ли лапа, то ли клешня, то ли хобот обвил Бусеньку и держал довольно крепко.

– Позвольте представиться, меня зовут Уккх, – сказал Кто-то.

– Укхмгм... – задрожала Бусенька.

– Не Укхмгм, а Уккх! – сказала существо. – Я питон. И можете не волноваться, сейчас я совершенно сыт.

Посмотрев на питона, Бусенька не поняла, почему это она может не волноваться. Зрелище было довольно жутким. К тому же лапа, клешня или хобот оказались хвостом питона, который по-прежнему крепко держал Бусеньку. Выбора, похоже, не было. Пришлось поверить на слово и не волноваться.

– Я – Бусенька, – сказала Бусенька. – Как вовремя вы меня подхватили.

– Я всё делаю вовремя, – сказал питон. – Не люблю опаздывать.

– А что это вы тут, на дереве, вовремя делаете в такую непогоду?

– Домашнее задание. Тема – «сложение чисел в столбик». Увлекательнейшая штука, скажу я вам.

И Уккх поднял Бусеньку повыше. Меж толстых веток, которые совсем не качались на ветру, была установлена доска и на ней написано несколько примеров.

$$\begin{array}{r} +21 \\ +11 \\ \hline ?? \end{array} \quad \begin{array}{r} +55 \\ +33 \\ \hline ?? \end{array} \quad \begin{array}{r} +65 \\ +35 \\ \hline ?? \end{array}$$

– Примеры как примеры, – сказала Бусенька, подойдя к доске. – А почему цифры разной высоты?

– Цифры? А, ну да, можно их и так называть. Видите ли, мы записываем числа очень специальным способом, он называется¹ КТО(9,7). Первая цифра –

¹Этот способ назван так в честь китайской теоремы об остатках.

это остаток числа при делении на 9, а вторая – остаток числа при делении на 7. Поскольку 9 больше 7, мы первую цифру пишем немного крупнее – так нагляднее получается.

– Ничего не понимаю. Если я к числу прибавлю 63, получится другое число, и у него будут такие же остатки при делении на 9 и на 7, т. е. такие же цифры?

– Да. Дело в том, что мысль прибавить к числу 63 идеологически неверна! – сказал Уккх, патетически дёрнув хвостом. – Потому что способ записи КТО(9,7) годится только для чисел от 0 до 62. Вот вы когда пишете обычные двузначные числа, вы же не можете записать с их помощью число больше 99. Зато любое число от 0 до 99 однозначно записывается с помощью двух цифр (если разрешить ноль в качестве первой цифры). И в нашей системе КТО(9,7) каждое сочетание из двух цифр однозначно задаёт число от 0 до 62.

– Всё равно не понимаю. Вот в первом примере число 21 – что это за число?

– Да что же тут непонятного? Это то самое, единственное и неповторимое, число из диапазона [0, 62], которое при делении на 9 дает остаток 2, а при делении на 7 – остаток 1.

– Да, но что это за число? Чему оно равно?

– Вы начинаете меня беспокоить, – нервно сказал Уккх. – А я, когда беспокоюсь, сразу становлюсь голодным, так что поосторожнее с этим. Я вам полностью описал это число. С помощью моего описания оно задаётся однозначно. А вы спрашиваете, чему оно равно. Вот самому себе оно и равно!

– Но я не привыкла к таким описаниям! Я записываю числа и могу думать про них только с помощью десятичной системы счисления, а не КТО(9,7)!

– А, вы хотите конвертировать его в десятичную систему счисления! Так бы сразу и говорили. Сейчас-сейчас, где-то тут у меня завалялась... Куда же я её дел... Вот она! – И Уккх протянул Бусеньке таблицу. – С помощью этой таблицы мы с вами с лёгкостью найдём общий язык!



	①	②	3	4	5	6	0
1	1	37	10	46	19	55	28
②	②9	2	38	11	47	20	56
③	57	③0	3	39	12	48	21
4	22	58	31	4	40	13	49
5	50	23	59	32	5	41	14
6	15	51	24	60	33	6	42
7	43	16	52	25	61	34	7
8	8	44	17	53	26	62	35
0	36	9	45	18	54	27	0

$$\begin{array}{l} \rightarrow 21 = 29 \\ 32 = 30 \end{array}$$

– Какой интересный способ записи, этот ваш КТО(9,7), – сказала Бусенька, внимательно изучив таблицу. – И трудно складывать числа, записанные таким способом?

– Проще простого! Чтобы найти сумму двух чисел, надо по отдельности сложить первые две цифры и последние две цифры! Вот, например, решим первый пример. – И Уккх, взяв кончиком хвоста кусочек мела, написал на доске:

$$\begin{array}{r} + 21 \\ 11 \\ \hline 32 \end{array}$$

– Ну-ка я проверю, – сказала Бусенька, держа наготове таблицу. – Так, 21 – это по-нашему 29, 11 – это по-нашему, хм..., надо же, это 1. В сумме получается 30. А 30 питоша записывает как 32. И-и-и-и-и!!!

– Что это было?

– Как-то само собой взвизгнулось, извините, – покраснела Бусенька. – Давайте ещё что-нибудь сложим!

– Да пожалуйста. – И Уккх записал второй пример на сложение.

$$\begin{array}{r} + 55 \\ 33 \\ \hline 81 \end{array}$$

– Этот я тоже проверю, – сказала Бусенька, не выпуская таблицу из рук. – Нет, не может быть, как это? В одном случае $5 + 3$ – это 8, а в другом 1?

– Ну, я забыл сказать, что есть ещё одно правило – *правило переносов*. Если вы, милая аппетитная Бусенька, при сложении очередных цифр получаете сумму больше 10, вы записываете в качестве очередной цифры число на 10 меньше, чем получилось, а потом ещё делаете перенос. А у нас – всё то же самое, только без переноса! Если при сложении 2 вторых цифр получается 7 или больше, то нужно сделать перенос – то есть отнять от этого числа 7, и всё! В нашем случае $5 + 3 = 8$, отнимаем 7, получается 1. И аналогичное правило действует для первых цифр, только там вместо семи – девять.

– Тогда можно я третий пример сама решу? – торопливо спросила Бусенька, схватив мел (ей показалось, что сытость Уккха начинает уменьшаться). – Первый столбец: $5 + 5$ – это 10; вычитаем 7, остается 3. Второй столбец: $6 + 3$ – это 9; отнимаем... 9? Получается 0.

$$\begin{array}{r} 65 \\ + 35 \\ \hline 03 \end{array}$$

– Проверяем... 65 – это 33, 35 – это 12, $33 + 12 = 45$, а 45 мы записываем как... вот оно, в последней строчке таблицы – как 03. Сошлось! – Уккх одобрительно кивнул и пододвинулся к Бусеньке.

– А умножать числа в такой записи тоже можно?

– Можно. Мы этого в школе ещё не проходили, но говорят, правило то же самое – отдельно перемножаем первые цифры, отдельно вторые, только вот переносов может понадобиться больше.

– Так просто? Не может быть! Тогда давайте умножим 65 на 35!

– Не получится. Мы же работаем с числами, не превосходящими 62, а это произведение слишком большое! – сказал Уккх и облизнулся.



– Тогда давайте умножим 12 на 5. По системе КТО(9,7) число 12 записывается как 35, а число 5 – как 55, перемножаем...

$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 55 \\ \hline 1525 \end{array}$$

↓ – 9 (один раз), – 7 (три раза)

64

– А 64 – это по-нашему 60! Здорово! – Бусенька положила мел на место и с ужасом поняла, что его «место» – это большая обеденная тарелка. Бусенька осмотрелась. – И как это вы только догадались, что нужно рассматривать остатки от деления на 7 и на 9, чтобы построить такую замечательную систему счисления? – спросила она, заметив неподалеку от себя крепкую пружинистую ветку.

– То, что мы берём 7 и 9, как раз не очень существенно. Можно брать совершенно любые числа, лишь бы у них не было общих делителей. И не обязательно брать два числа, можно три, пять, сколько угодно – правила действий будут точно такие же. Вот только конвертировать в десятичную систему неудобно. Из десятичной в КТО – запросто, например, число 2014 по системе КТО(7,8,9,11) запишется как 5671. Чтобы получить эту запись, нужно просто вычислить остатки при делении числа 2014 на 7, 8, 9 и 11. А вот перевод обратно...

Но тут Бусенька не выдержала и прыгнула прямо на ветку. Ветка спружинила и подбросила её высоко вверх. И ветер тут же понёс Бусеньку куда-то вдаль, где совершенно точно никого не интересовало, как перевести число 1235 из системы КТО(7,8,9,11) в десятичную².

²Но вы всё-таки переведите.