НАШ КОНКУРС («Квантик» № 1, 2015)

1. *Три бобра построили плотину за 12 дней. Весной её смыло, бобры позвали соседей и отстроили плотину за 4 дня. Сколько соседей позвали бобры?*

Плотину отстроили в три раза быстрее, а значит, работников стало в три раза больше – 9. Поэтому бобры позвали ещё 6 соседей.

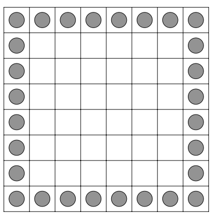
2. *На доске написаны все натуральные числа от 1 до 2015 – некоторые числа красным маркером, а остальные – синим. Наибольшее синее число равно количеству синих чисел, наименьшее красное число – в два раза меньше количества красных чисел. Сколько красных чисел написано на доске?*

Ответ: 1344.

Пусть наибольшее синее число – это x. Раз количество синих чисел равно наибольшему синему числу, то синие числа – это в точности все числа от 1 до x. Значит, красные числа – все остальные, то есть $x+1$, ..., 2015. Наименьшее из них в два раза меньше их количества, то есть $x+1=(2015-x)/2$, откуда $2x+2=2015-x$, $3x=2013$, $x=671$.

3. *Карлсон поставил на шахматную доску несколько фишек (в каждую клетку – не более одной), причём на каждой горизонтали и вертикали оказалось не менее двух фишек. Всегда ли Малыш может убрать несколько из них так, чтобы на каждой горизонтали и вертикали осталось ровно по одной фишке?*

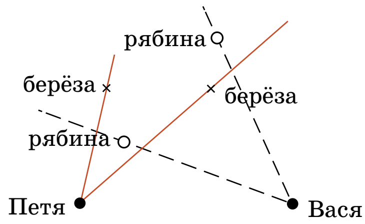
Ответ: не всегда.



Пусть, например, Карлсон поставит по фишке на все клетки по краям доски (как на рисунке). Тогда на каждой горизонтали и вертикали будет минимум по 2 фишки. Но при этом фишки будут только на четырёх рядах: на верхней и нижней горизонталях и на левой и правой вертикалях. Малыш должен будет оставить по фишке в каждом из этих рядов, то есть всего на доске останется максимум 4 фишки. Ясно тогда, что, например, на каких-то горизонталях фишек не будет.

4. *У нас во дворе растут две берёзы и две рябины. Когда Вася смотрит из своего окна, то он видит две берёзы, стоящие между двумя рябинами. Когда Петя смотрит из своего окна, то он видит две рябины, стоящие между двумя берёзами. Как такое может быть?*

Например, так, как показано на рисунке:



5. *Квантик заинтересовался, верна ли такая теорема:*

Пусть даны два многоугольника, имеющие равные площади. Тогда один из них можно разрезать на 10 частей и сложить из них другой многоугольник.

Помогите Квантику разобраться.

Эта теорема не верна. Можно, например, взять квадрат со стороной 100 мм, и прямоугольник со сторонами 1 мм и 10000 мм. Их площади будут одинаковы – по 10000 мм^2. Интуитивно понятно, что не получится и квадрат, и прямоугольник разрезать на один и тот же набор из 10 фигурок – среди частей прямоугольника обязательно найдётся длинная фигурка, которая не влезет в квадрат.

Более строго объяснить это можно так. Разделим одну из длинных сторон прямоугольника на 10 равных частей 11-ю точками (1-я и 11-я точки будут вершинами). Так как точек 11, то какие-то две из них обязательно окажутся в одной части. Но расстояние между ними будет минимум 10000 мм : 10 = 1000 мм, а в квадрате самые далекие точки – это его противоположные вершины, и расстояние между ними заведомо меньше, скажем, суммы двух его сторон, то есть меньше 200 мм. Поэтому часть с выбранными двумя точками не влезет в квадрат.

НЕПРАВИЛЬНАЯ ЗВЁЗДОЧКА («Квантик» №2)

Прав Квантик.

Ноутик имеет в виду звезду, нарисованную Квантиком на невидимой части лунного диска.

Квантик нарисовал искусственный спутник Земли, пролетающий на фоне частично освещённого диска Луны. Спутники летают ниже Луны. Если спутник пролетает на фоне частично освещённого лунного диска, то он, отражая солнечный свет, выглядит как движущаяся звёздочка. Так выглядят в подобной ситуации метеориты, метеоры и даже самолёты.

Луна – это непрозрачное для света тело, движущееся вокруг Земли на небольшом расстоянии от неё.

При движении вокруг Земли Луна непрерывно закрывает от нашего взора одни неподвижные звёзды и открывает другие, так как они находятся на огромных расстояниях от Земли, то есть гораздо выше, чем Луна.

С помощью рисунка или фотографии нельзя узнать, движется или покоится звёздочка, в том числе и нарисованная Квантиком. Ноутик принял её за неправильно нарисованную звезду.

НОВЫЕ ПРИКЛЮЧЕНИЯ СО СТРЕЛКАМИ

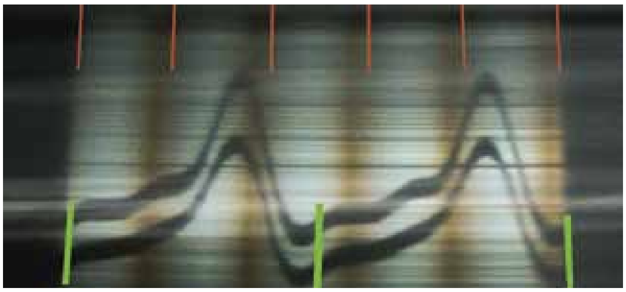
Это время – 20:25. Действительно, $2025 = 45^2$. Если же подсчитать число минут, прошедшее с начала суток, то оно равно $60 \cdot 20 + 25 = 1225 = 35^2$.

Понятно, что можно привести немало *более ранних моментов*, обладающих таким же свойством – когда число часов равно 0 (например, 00:16, 00:25 и т.д.), но интереса такие ответы, конечно, не представляют.

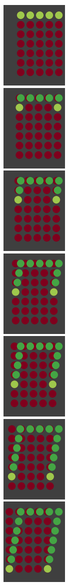
МАШИННАЯ ТОЧНОСТЬ

Лампы, освещающие порожек, как и фонари, питаются от городской электросети и мигают с той же частотой. Поэтому мигают и их блики на порожках. Вот след от бликов на фото и получается полосатым.

Зная это, можно разобраться и с частотой колебаний струны. Посмотрим на след одного из порожков – средний светлый прямоугольник с фото 4 из статьи, вот его фрагмент:



Мы видим по 5 светлых и тёмных полос, след как бы составлен из 5 одинаковых кусочков (мы отделили их красными метками). Значит, за время съёмки лампа мигнула около 5 раз. С другой стороны, след струны – тёмная волнообразная линия – состоит двух одинаковых кусочков (мы отделили их зелёными метками), поэтому струна совершила 2 колебания. Раз лампа мигает 100 раз в секунду, то струна тогда делает около $100 \cdot 2/5 = 40$ колебаний в секунду. Это меньше 41 Гц – частоты самой низкой струны бас-гитары. Так что читатели, проделавшие все эти рассуждения, могли лишь на основании фото заключить, что струна была ослаблена (так проще снимать).



Со строкой ситуация такая же, как с лампочками или табло из статьи. Буквы бегущей строки составлены из отдельных лампочек, которые стоят в узлах квадратной решётки. Столбики решётки не наклонны, а вертикальны, поэтому неподвижная надпись ровная. Но когда надпись движется, мы следим за ней глазами, проводя взглядом поперёк каждого столбика из лампочек. И вот если в столбике лампочки загораются не одновременно, то вспышки этих лампочек мы видим не на одной вертикали, и столбик запоминается наклонённым. Часть, загорающаяся позже, смещается вправо. Это проиллюстрировано на рисунке внизу предыдущей колонки, аналогичном рисунку 1 из статьи.

МОРСКАЯ РАЗВЕДКА

В исходной задаче Перельмана разведчик должен был обследовать расстояние 70 миль впереди эскадры на момент его отправления в путь. В обоих «расширениях» ситуация другая: был обследован район на расстоянии 70 миль перед эскадрой на момент доклада разведчика командующему – а это далеко не то же самое!

Приступим.

Расширение 1. Чтобы в момент поворота разведчик оказался на 70 миль впереди эскадры, он должен проплыть на 70 миль больше, чем эскадра. Так как скорость разведчика 70 миль в час, а эскадры – 35 миль в час, то при удалении разведчика от эскадры расстояние между ними увеличивается со скоростью $70 - 35 = 35$ миль в час. Поэтому чтобы удалиться от эскадры на 70 миль, разведчику понадобится $70:35 = 2$ часа. Потом же они, наоборот, сближаются со скоростью $70 + 35 = 105$ миль в час, и время их встречного движения составит $70:105 = \frac{2}{3}$ часа. Итого разведчик возвратится к эскадре через $2\frac{2}{3}$ часа, или 2 часа 40 минут.

Расширение 2. В этом случае в момент возвращения на эскадру самая дальняя точка, до которой добрался разведчик, должна находиться на расстоянии 70 миль от эскадры. Значит, время, в течение которого разведчик двигался обратно, составляет $70:70 = 1$ час. После разворота, как мы видели, корабли сближаются со скоростью 105 миль в час, поэтому в момент разворота расстояние между ними было 105 миль. До разворота разведчик отдалялся от эскадры со скоростью 35 миль в час, и чтобы опередить эскадру ровно на 105 миль, ему потребовалось ещё $105/35 = 3$ часа. Итого, разведчик возвратился через $3 + 1 = 4$ часа.

ПУШКИН, НЬЮТОН И ЭДИСОН

История про Ньютона явно придумана, потому что триста лет назад не было никаких бензопил. Да и сам закон всемирного притяжения (тяготения) звучит не так.