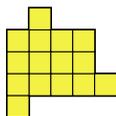
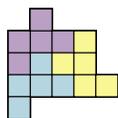


НАШ КОНКУРС (Квантик № 2, 2015)

6. Разрежьте фигуру на рисунке на три равные части.



Пример приведён на рисунке:



7. Семиклассник Коля считает семизначное число интересным, если его сумма цифр делится на 7. Коля утверждает, что двух подряд идущих интересных семизначных чисел не существует. Не ошибается ли он?

Ошибается, вот контрпример: 1419999 и 1420000.

8. Какое число больше и во сколько раз:

$$A = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \dots \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{98}\right)\left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100}\right)$$

или

$$B = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \dots \left(\frac{1}{96} - \frac{1}{97}\right)\left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99}\right)?$$

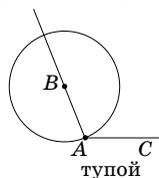
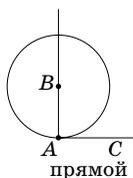
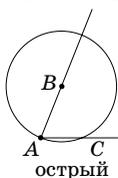
Заметим, что

$$\begin{aligned} A &= \frac{2-1}{1 \cdot 2} \cdot \frac{4-3}{3 \cdot 4} \cdot \frac{6-5}{5 \cdot 6} \cdot \dots \cdot \frac{98-97}{97 \cdot 98} \cdot \frac{100-99}{99 \cdot 100} = \\ &= \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \dots \cdot \frac{1}{99} \cdot \frac{1}{100}, \\ B &= \frac{3-2}{2 \cdot 3} \cdot \frac{5-4}{4 \cdot 5} \cdot \frac{7-6}{6 \cdot 7} \cdot \dots \cdot \frac{97-96}{96 \cdot 97} \cdot \frac{99-98}{98 \cdot 99} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \dots \cdot \frac{1}{98} \cdot \frac{1}{99}. \end{aligned}$$

Видно, что A меньше B в 100 раз.

9. На листке бумаги нарисован угол. Квантик хочет проверить, острый этот угол или нет, имея в распоряжении только циркуль. Как ему сделать это, проведя всего одну окружность?

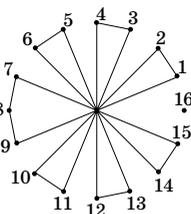
Поставим циркуль грифелем в вершину A угла, а остриём – в любую другую точку B на стороне угла и проведём окружность. Пусть AC – другая сторона угла. Если окружность пересечёт сторону AC ещё в одной точке, то угол острый. Если нет, то угол тупой или прямой.



10. а) Во дворе 16 ребят водили хоровод. У каждого в хороводе было ровно три друга – те, с кем он держался за руки, и тот, который стоял напротив. Одного из ребят мама позвала обедать, и он убежал домой. Смогут ли остальные встать в хоровод так, чтобы за руки держались друзья?

б) А если бы хоровод водили 18 ребят?

а) Пронумеруем ребят по кругу подряд числами от 1 до 16, и пусть 16-й мальчик ушёл. Тогда ребята смогут встать в хоровод, причём



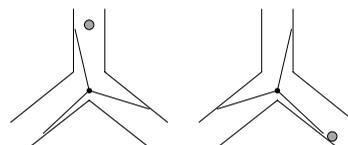
единственным способом: 8 – 9 – 1 – 2 – 10 – 11 – 3 – 4 – 12 – 13 – 5 – 6 – 14 – 15 – 7 – 8 (см. рисунок).

б) Если ребят изначально 18, то им не удастся встать в хоровод, если один уйдёт. Чтобы показать это, пронумеруем ребят по кругу подряд числами от 1 до 18. Тогда если у кого-то номер чётный, то у его друзей номера нечётные, и наоборот. Значит, в новом хороводе чётность ребят должна чередоваться. Но тогда общее количество ребят в новом хороводе будет чётным, а их 17 – противоречие.

НА ПЕРВЫЙ-ВТОРОЙ РАССЧИТАЙСЬ!

(Квантик № 3, 2015)

Сортировщик можно сделать полностью механическим, например, в виде трёх одинаковых палок, закреплённых на оси. Как видно на рисунке, под весом шарика сортировщик переходит из одного крайнего положения в другое. Шарик отправляется поочередно то в одну сторону, то в другую.

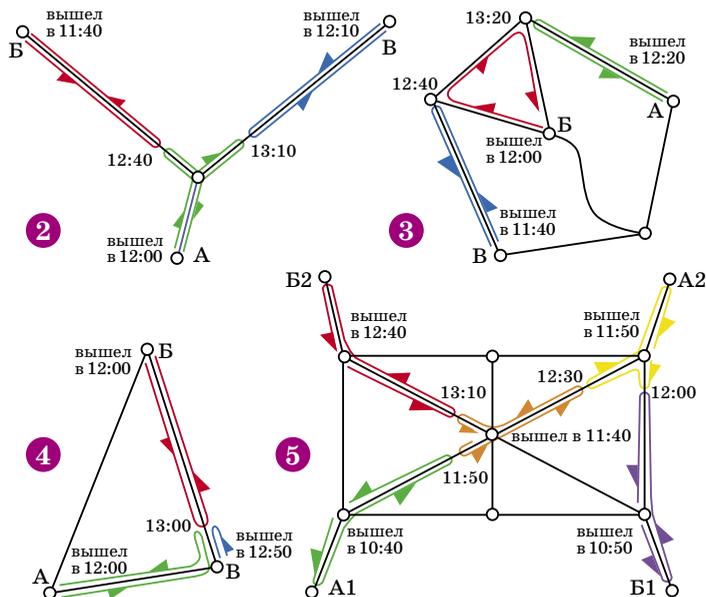


НЕБОЛЬШАЯ АВАРИЯ

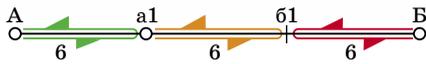
Вторую половину пути Вова передвигался на телеге со скоростью, меньшей скорости Лизы ровно в 2 раза. Это значит, что на половину пути он потратил точно столько же времени, сколько Лиза на весь путь. Вывод: Лиза оказалась на даче раньше Вовы.

Если бы всё происходило так, как рассказывал водитель джипа, то у обеих машин были бы повреждены левые стороны. Но левый борт повреждён только у «Запорожца», а у джипа повреждён правый борт. Это значит, что машины ехали в одну сторону. Скорее всего, большая машина ударила маленькую при объезде. Настя сказала правду.

ПОЧТАЛЬОНЫ



6



Пусть нужно передать по письму из А в Б и из Б в А, а почтальоны есть в сёлах А, Б и а1. Если ограничение только в расстоянии, годится решение, при котором «левый» почтальон ждёт в а1 всё время работы «среднего». Если же работа ограничена временем, то почтальоны из крайних сёл смогут прийти только до точек а1 и b1 (учитывая, что они должны вернуться). Тогда «средний» почтальон должен потратить всё время на прогулку до b1, чтобы «правый» почтальон хоть кого-то встретил. Но тогда «средний» почтальон встретит «левого» максимум однажды: либо до выхода, и тогда письмо из Б не попадёт в А, либо после возвращения, но тогда письмо из А не дойдёт в Б, так как придя в а1, «левый» должен сразу же пойти обратно.

МУЗЕЙ ЧИСЛА ШЕСТЬ

Если число n в системе КТО(8,9) записывается, как ab , то оно имеет остатки a и b от деления на 8 и 9, то есть $n = 8k + a = 9l + b$, где k и l – целые числа. Тогда $n = 3n - 2n = 3 \cdot (8k + a) - 2 \cdot (9l + b) = 24k + 3 \cdot a - 18l - 2 \cdot b = 6 \cdot (4k - 3l) + 3 \cdot a - 2 \cdot b$. Иными словами, числа n и $3 \cdot a - 2 \cdot b$ отличаются на $6 \cdot (4k - 3l)$ – число, которое делится на 6. Значит, остаток числа n от деления на 6 совпадает с остатком числа $3 \cdot a - 2 \cdot b$.

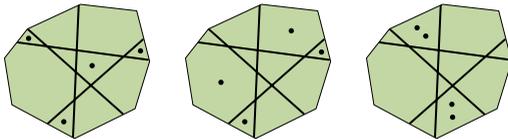
ДИОГЕН, ЛЕОНАРДО И ДЮМА

История про Леонардо да Винчи фальшивая (хотя про танк, парашют и дельтаплан верно). Если положить пушку на бок, то ядро полетит так же, как из обычно стоящей пушки.

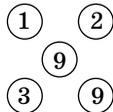
XXVI МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРАЗДНИК

6 КЛАСС

1. Яблони можно посадить многими способами, например так, как показано на рисунках.



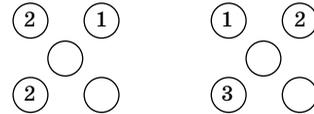
2. а) См. рисунок.



б) Если сумма цифр в двух верхних кружочках в 7 раз меньше суммы остальных цифр, то она в 8 раз меньше суммы всех пяти цифр. Рассуждая так же, получим, что сумма цифр в двух левых кружочках в 6 раз меньше суммы всех пяти цифр. Значит, сумма всех цифр делится без остатка и на 6, и на 8. Минимальное такое натуральное число – это 24. Следующее число равно 48, но сумма всех пяти цифр не может превышать $5 \cdot 9 = 45$.

Итак, сумма всех цифр 24, сумма двух верхних $24 : 8 = 3$, сумма двух левых $24 : 6 = 4$. Легко видеть, что цифры в трёх кружках слева и сверху можно разместить только двумя способами (см. рис.), причём в пер-

вом случае сумма двух остальных цифр равна 19, что невозможно, а во втором равна 18, что возможно, только если они обе девятки.



3. Нет, не сможет. Пусть удалось обойтись двумя пиццами. Для Вани мы должны заказать пиццу с грибами. Другие мальчики грибы не едят, так что вторая пицца непременно будет с помидорами и колбасой. Маша такую пиццу есть откажется, так что в Ванину пиццу мы будем вынуждены добавить помидоры. Теперь помидоры есть в обеих пиццах, и для Даши придётся заказывать третью пиццу.

Комментарий. Решение можно сделать более наглядным с помощью следующей схемы.

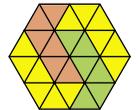
Посадим детей в пиццерию за круглый стол так, как показано на рисунке. Любые двое, сидящие рядом, не станут есть одну пиццу (проверьте!). Но если заказано всего две пиццы, то какая-то достанется по крайней мере троим, а среди трёх ребят всегда найдутся соседи за столом.



4. См. рисунок.

Комментарий. Решение единственно с точностью до поворотов и отражений.

5. Отложим пока мандарины в сторону. Осталось $20 + 30 + 40 = 90$ фруктов. Поскольку обезьяне мы скармливаем не более одного мандарина, каждая обезьяна съест из этих 90 фруктов по крайней мере два. Значит, обезьян не более чем $90 : 2 = 45$. Покажем, как можно осчастливить 45 обезьян:

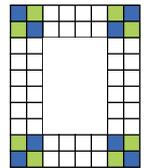


- 5 обезьян съедают: грушу, банан, мандарин;
- 15 обезьян съедают: грушу, персик, мандарин;
- 25 обезьян съедают: персик, банан, мандарин.

Всего 45 счастливых обезьян – и ещё осталось пять неиспользованных мандаринов!

6. Ответ: 3×10 или 4×6 клеточек.

Очевидно, что ширина картины больше одной клеточки. Нарисуем внутри картины ещё одну рамку шириной в одну клеточку (см. рис.). Тогда в маленькой рамке, как и в большой, будет по четыре угловых клеточки (они закрашены), а каждая сторона будет на две клеточки короче. Значит, в маленькой рамке будет на 8 клеточек меньше, чем в большой (эти клеточки заштрихованы). Значит, из 8 клеточек и составитя прямоугольник, образовавшийся внутри маленькой рамки. Очевидно, что прямоугольник площадью 8 клеточек может иметь размеры 2×4 или 1×8 клеточек. Отсюда и получаем ответ.



Комментарий. Те, кто уже хорошо знаком с алгеброй, могут получить ответ другим способом. Если картина – прямоугольник $a \times b$ клеточек, то картина в рамке – это уже прямоугольник $(a + 2) \times (b + 2)$ клеточек. Площадь картины в рамке вдвое больше площади картины без рамки, поэтому $(a + 2)(b + 2) = 2ab$. Раскрывая

скобки, получим $2a + 2b + 4 = ab$. Можно теперь привести это равенство к виду $(a-2)(b-2) = 8$ и получить, что либо одно из чисел $a-2$ и $b-2$ равно 1, а другое 8, либо же одно из чисел $a-2$ и $b-2$ равно 2, а другое 4. Эти варианты и приводят к верным ответам.

7 КЛАСС

1. См. рисунок.

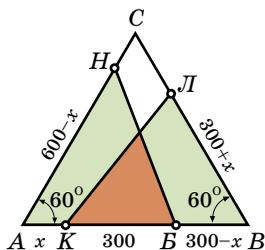
Комментарий. Решение единственно.

2. **Ответ:** Серебряных рыбок на 2 больше.

Из первого условия золотых рыбок на 1 больше, чем треть. Из второго условия красных рыб на 4 меньше, чем треть. Значит, серебряных на 3 больше, чем треть.

3. См. задачу 4 для 6 класса.

4. Пусть Крош живёт на расстоянии x от ближайшего к нему угла пруда, $AK = x$. Тогда расстояние от Бараша до его угла пруда есть $BV = 600 - 300 - x = 300 - x$. Теперь по условию $VL = 900 - BK = 300 + x$ (отметим, что так как 900 – это ровно половина периметра пруда, каким из двух путей идти Лосяшу до Кроша, неважно), $AN = 900 - AB = 600 - x$. Осталось заметить, что треугольники $АНВ$ и $ВКЛ$ равны по углу ($\angle A = 60^\circ = \angle B$) и двум прилежащим к нему сторонам ($AB = 300 + x = VL$, $АН = BK = 600 - x$). Значит, равны и их соответствующие стороны $LК$ и $ВН$.



Комментарий. То, что Нюша действительно живёт на стороне AC (а не на стороне BC), видно из того, что $600 - x < 600$ (после того, как Бараш прошёл 300 + x до вершины A , ему остаётся до Нюши ещё $600 - x < AC$). Аналогичным образом, Лосяш живёт именно на стороне BC .

5. а) Например,

$\boxed{1} + \boxed{2} = \boxed{3}$; $\boxed{3} + \boxed{2} = \boxed{5}$; $\boxed{3} - \boxed{2} - \boxed{1} = \boxed{0}$; $\boxed{2} \boxed{0} \boxed{1} \boxed{5} = \boxed{2015}$

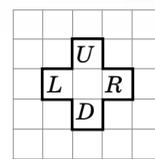
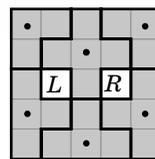
или
 $\boxed{1} + \boxed{2} = \boxed{3}$; $\boxed{1} \boxed{3} = \boxed{13}$; $\boxed{3} \boxed{1} = \boxed{31}$; $(\boxed{2} + \boxed{3}) \cdot \boxed{13} \cdot \boxed{31} = \boxed{2015}$.

б) $\boxed{1} + \boxed{2} = \boxed{3}$; $\boxed{3} \cdot \boxed{2} \boxed{1} = \boxed{63}$; $(\boxed{63} + \boxed{2}) \cdot \boxed{3} \boxed{1} = \boxed{2015}$.

Комментарии. 1. Чтобы решить задачу, полезно для начала разложить 2015 на простые множители: $2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31$.

2. Менее чем за 3 операции получить карточку с числом 2015 невозможно.

6. **Ответ:** да. Задав вопросы про 6 клеток, отмеченных на рисунке, Вася может узнать сумму всех чисел, кроме L и R . Вычитая её из 500, он найдёт $L + R$. Аналогичным образом он может найти $U + D$. После этого Васе остаётся узнать сумму чисел в центральном кресте и вычесть из неё $(L + R) + (U + D)$.



РУССКИЙ МЕДВЕЖОНОК

1. Фонетическая терминология XIX века отличалась от современной. Так, несмягчённые согласные, как все согласные в слове *желток* [жылтók], носили название «дебелых» или, иначе говоря, «толстых», а смягчённые согласные, как все согласные в слове *синий* [с'йн'иј'], назывались «тонкими». Получается, что прежнее понятие «дебелый согласный» соответствует современному «твёрдый согласный», а «тонкий согласный» – современному «мягкий согласный». Правильный **ответ:** (Д).

2. Второй корень в слове *громовежьец* происходит от устаревшего глагола *вергнуть*, что значит «бросить»; чередование *г ~ ж* можно видеть в других словах с этим корнем, например, *отвергнуть/отверженный, свергнуть/свержение* и др. **Ответ:** (Г).

3. Все эти слова называют человека (или какое-либо существо) по количеству глаз. Конечно же, *двуглазых* – людей, зверей и прочих существ – в мире большинство. Одноглазые встречаются и в реальности, и в художественных текстах, но реже. Трёхглазые существа, возможно, где-то и существуют, но найти упоминания о них можно разве что в сказке или в фантастическом повествовании.

Следует ли из этого рассуждения, что слово *двуглазый* употребляется чаще остальных? Нет: дело в том, что мы обычно не называем специальным словом то, что воспринимаем как норму. Назвать человека или кого-то ещё *двуглазым* имеет смысл, если нужно специально подчеркнуть, что глаз у данного персонажа именно два, а не больше и не меньше, а такая необходимость возникает довольно редко. Вот если у кого-то больше или меньше глаз, чем у большинства, то они заслуживают специального прилагательного! Если некто имеет всего один глаз, то не заметить это сложно, и такого человека (такое существо) назовут одноглазым. То же и с трёхглазостью, вот только три глаза, как мы уже отметили выше, встречаются гораздо реже, чем один.

Итак, правильный **ответ:** (А).

4. Первые буквы имён детей Саввы Ивановича Мамонтова составляют его имя:

С	Сергей
А	Андрей
В	Всеволод
В	Вера
А	?

Очевидно, что последней букве («А») из предложенных имён соответствует одно – *Александра*. Именно так и была названа девочка, родившаяся в 1878 году. **Ответ:** (Б).