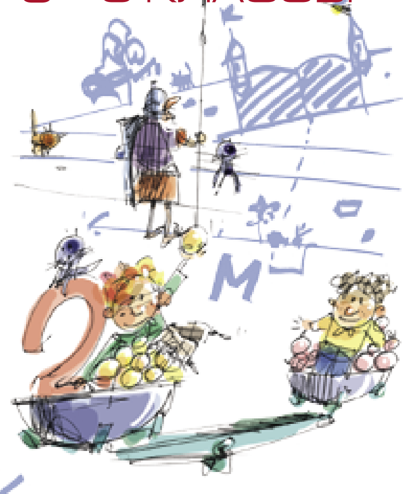
XXXVI ТУРНИР ГОРОДОВ

Избранные задачи

Недавно прошёл весенний тур XXXVI Международного математического Турнира городов. Приводим задачи базового варианта для 8 – 9 классов. В скобках после номера задачи указано, сколько баллов присуждалось за её полное решение. При подведении итогов у каждого участника учитываются три задачи, по которым он набрал больше всего баллов.

ВЕСЕННИЙ ТУР, 8 – 9 КЛАССЫ



Базовый вариант

1 (3 балла). Можно ли раскрасить грани куба в три цвета так, чтобы каждый цвет присутствовал, но нельзя было увидеть одновременно грани всех трёх цветов, откуда бы мы ни взглянули на куб? (Одновременно можно увидеть только три любые грани, имеющие общую вершину.)

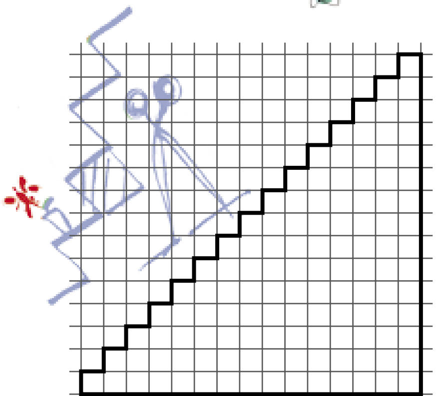
Егор Бакаев

2 (4 балла). На стороне AB треугольника ABC отметили точки K и L так, что $KL = BC$ и $AK = LB$. Докажите, что отрезок KL виден из середины M стороны AC под прямым углом.

Егор Бакаев

3 (4 балла). Петя сложил 10 последовательных степеней двойки, начиная с некоторой, а Вася сложил некоторое количество последовательных натуральных чисел, начиная с 1. Могли ли они получить один и тот же результат?

Николай Авилов



4 (4 балла). На какое наименьшее количество квадратов можно разрезать лесенку из 15 ступеней (см. рисунок)? Резать можно только по границам клеток.

Егор Бакаев

5 (5 баллов). Дано $2n+1$ чисел (n – натуральное), среди которых одно число равно 0, два числа равны 1, два числа равны 2, ..., два числа равны n. Для каких n эти числа можно записать в одну строку так, чтобы для каждого натурального m от 1 до n между двумя числами, равными m, было расположено ровно m других чисел?

Игорь Акулич

Художник Сергей Чуб